10-6 인덕턴스의 접속

(1) 직렬접속

① 상호인덕턴스가 존재하지 않는 경우,

$$V_1 = L_1 \frac{di}{dt}, \quad V_2 = L_2 \frac{di}{dt}$$

$$V = L\frac{di}{dt} = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt}$$

$$V = L\frac{di}{dt} = (L_1 + L_2)\frac{di}{dt}$$

$$L = L_1 + L_2 \qquad \cdots\cdots \ (10\text{-}33)$$

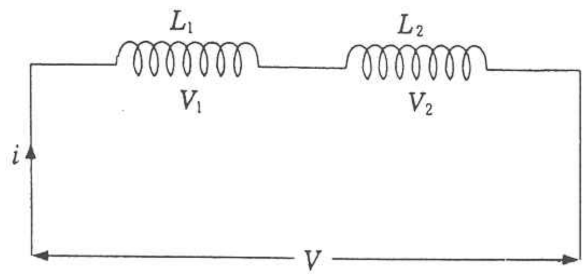

그림 10-13 직렬 연결된 2개의 자기인덕턴스

② 상호 인덕턴스가 존재하는 경우,

$$V = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} \pm 2M \frac{di}{dt} \,[\mathrm{V}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-34)}$$

$$L = L_1 + L_2 \pm 2M \qquad \cdots\cdots \text{(10-35)}$$

i) 상호자속에 의해 합성 자속이 감소될 때 (코일을 서로 반대방향으로 감았을 때), $L_1 = L_2$라 하면

$$L = L_1 + L_2 - 2M = 2L_1 - 2M$$

이 때, 누설이 없으면 결합계수 k=1, $M = k\sqrt{L_1 L_2} = L_1 \quad \therefore L = 0$

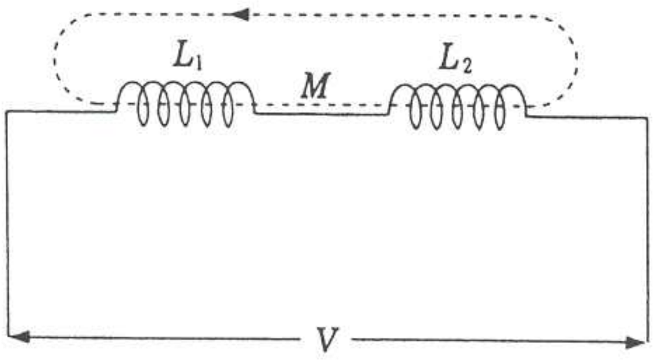

그림 10-14 직렬 연결된 코일간의 상호 인덕턴스

ii) 상호자속에 의해 합성 자속이 증가될 때 (코일을 서로 같은 방향으로 감았을 때), $L_1 = L_2$라 하면

$$L = L_1 + L_2 + 2M = 2L_1 + 2M$$

이 때, 누설이 없으면 결합계수 k=1, $M = k\sqrt{L_1 L_2} = L_1$ $\therefore L = 4L_1$

(2) 병렬접속

① 상호인덕턴스가 존재하지 않는 경우,

$$V = L_1 \frac{di_1}{dt} = L_2 \frac{di_2}{dt}, \ \ i = i_1 + i_2$$

$$\frac{V}{L} = \frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} = \frac{V}{L_1} + \frac{V}{L_2}$$

$\therefore \ \frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$ 또는 $L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$ ...... (10-36)

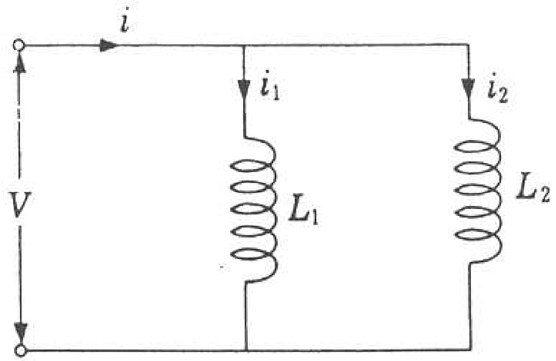

그림 10-15 병렬 연결된 인덕턴스

② 상호 인덕턴스가 존재하는 경우,

$$V = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} \,[\mathrm{V}] \qquad \cdots\cdots \ (10\text{-}37)$$

$$V = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt} \,[\mathrm{V}] \qquad \cdots\cdots \ (10\text{-}38)$$

i) 상호자속에 의해 합성 자속이 감소될 때 (코일을 서로 다른 방향으로 감았을 때),

$$V = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$V = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

$$L_d = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M} \qquad \cdots\cdots \ (10\text{-}40)$$

이 때, $L_1 = L_2$이고 누설이 없으면 결합계수 k=1, $M = k\sqrt{L_1 L_2} = L_1$ $\therefore L_d = 0$

ii) 상호자속에 의해 합성 자속이 증가될 때 (코일을 서로 같은 방향으로 감았을 때),

$$V = L_1\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt}$$

$$V = L_2\frac{di_2}{dt} + M\frac{di_1}{dt}$$

$$L_a = \frac{L_1L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M} \quad \cdots\cdots \text{(10-39)}$$

이 때, $L_1 = L_2$이고 누설이 없으면 결합계수 k=1, $M = k\sqrt{L_1L_2} = L_1$ $\therefore L_a = L_1$

예제 10.11 동일한 철심 위에 감은 자기 인덕턴스가 2[H]인 2개의 코일을 서로 반대 방향으로 감아서 직렬 연결했을 때 합성 인덕턴스를 구하라. (단. 누설자속이 거의 없는 것으로 본다.)

[풀이] 자기 인덕턴스를 L_1, L_2라고 할 때 상호 인덕턴스는

$$M = K\sqrt{L_1 L_2} = \sqrt{2 \times 2} = 2$$

이므로, 합성 인덕턴스는 자속이 감소될 때이므로 (코일이 서로 반대 방향으로 감김)

$$L_0 = L_1 + L_2 - 2M = 2 + 2 - 2 \times 2 = 0\,[\mathrm{H}]$$

예제 *10.12* 서로 결합하고 있는 두 코일을 직렬로 접속하면 합성 자기 인덕턴스가 36[mH]가 되고, 한편 코일의 접속을 반대로 하면 합성 자기 인덕턴스는 6[mH]가 되었다. 이 때의 상호 인덕턴스를 구하시오.

[풀이] 두 코일 자기 인덕턴스를 L_1, L_2라 하면 식(10-35)에 의하여

$$L_1 + L_2 + 2M = 36\,[\mathrm{mH}], \quad L_1 + L_2 - 2M = 6\,[\mathrm{mH}]$$

이므로, 상호 인덕턴스는 상기 두 식의 차에 의하여 $4M$=36-6이므로

$$M = \frac{36-6}{4} = 7.5\,[\mathrm{mH}]$$

10-7 자계에 축적되는 에너지

1) 전자에너지(자계에너지): 인덕턴스를 갖는 회로에 전류를 증가시키려면 식 10-41과 같이 기전력이 유도되는데, 역기전력에 대하여 전류를 증가시키려면 일을 해야 함 (자기인덕턴스만 고려)

$$e = -L\frac{di}{dt}\,[\mathrm{V}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-41)}$$

- 기전력 e에 대하여 전하 dq[C]를 옮기는데 요하는 단위 일

$$dW = -edq = L\frac{di}{dt}dq = L\frac{dq}{dt}di\,[\mathrm{J}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-42)}$$

$$\frac{dq}{dt} = i\,[\mathrm{A}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-43)}$$

$$dW = Lidi \qquad \cdots\cdots \text{(10-44)}$$

- 자기인덕턴스 L에 전류를 0[A]에서 i[A]까지 증가시키는 데 필요한 일(자계에너지)

$$W = \int_0^i dW = \int_0^i Lidi = \frac{1}{2}LI^2 \qquad \cdots\cdots \text{(10-45)}$$

- 자기인덕턴스에 대해 자계에너지를 표현하면,

$$L = \frac{2W}{I^2}[\mathrm{H}] \quad \cdots\cdots \ (10\text{-}56)$$

- 이들 에너지에 의해 작용하는 힘은 식 (10-45)으로부터,

$$F = \frac{1}{2}I^2\frac{\partial L}{\partial l}[\mathrm{N}] \quad \cdots\cdots \ (10\text{-}55)$$

- 자계에너지는 전계에서의 정전에너지와 유사하나(식 10-46), 전류가 흐르는 동안만 에너지 보유

$$W = \frac{1}{2}CV^2[\mathrm{J}] \quad \cdots\cdots \ (10\text{-}46)$$

- 자기에너지는 전류가 끊어질 때 에너지 방출되므로, 스위치가 갑자기 끊어지면 불꽃 및 Joule열 발생 → 대전류는 천천히 방전 필요 (방전회로 등)

2) 자기 인덕턴스(L_1, L_2)와 상호 인덕턴스(M)가 결합된 회로의 자계에너지

$$dW = -edq = \frac{d\phi}{dt}dq = d\phi\frac{dq}{dt} = id\phi \qquad \cdots\cdots \text{(10-52)}$$

- I_1의 전류가 흐르는 코일 1에서, 코일 2의 전류 I_2에 의한 자속에 의해 발생하는 자계에너지

$$dW = I_1 d\phi_{12} = I_1 B_{12} dS_2$$

$$W_1 = I_1 \int_{S_2} B_{12} dS_2 = I_1 \psi_{12} = M_{12} I_1 I_2$$

- I_2의 전류가 흐르는 코일 2에서, 코일 1의 전류 I_1에 의한 자속에 의해 발생하는 자계에너지

$$dW = I_2 d\phi_{21} = I_2 B_{21} dS_1$$

$$W_2 = I_2 \int_{S_1} B_{21} dS_1 = I_2 \psi_{21} = M_{21} I_1 I_2$$

- 두 회로는 서로 힘을 미치므로, 이 상호간의 에너지는

$$W_M = \frac{1}{2}(W_1 + W_2) = \frac{1}{2}(I_1\psi_{12} + I_2\psi_{21}) = MI_1I_2 \qquad \cdots\cdots \text{ (10-53)}$$

- 전체에너지는

$$W = \frac{1}{2}L_1I_1^{\,2} + \frac{1}{2}L_2I_2^{\,2} \pm MI_1I_2\,[\mathrm{J}] \qquad \cdots\cdots \text{ (10-54)}$$

3) 자계의 에너지 밀도

- 진공중에서 환상 솔레노이드의 자계에너지를 식 (10-19)로부터 구하면,

$$L = \frac{\lambda}{I} = \frac{N\phi}{I} = \frac{\mu S N^2}{l} = \frac{\mu_0\mu_s N^2 S}{l} = \frac{4\pi\,\mu_s N^2 S}{l} \times 10^{-7}\,[\mathrm{H}] \qquad \cdots\cdots \text{ (10-19)}$$

$$W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{\mu_0 N^2 S I^2}{2l} \qquad \cdots\cdots \text{ (10-47)}$$

- 단위 체적당 자계에너지

$$\frac{W}{Sl} = \frac{\mu_0 N^2 I^2}{2l^2}\,[\mathrm{J/m^3}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-48)}$$

- 환상 솔레노이드 내부의 자속밀도

$$B = \mu_0 H = \mu_0 n I = \frac{\mu_0 N I}{l}\,[\mathrm{Wb/m^2}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-49)}$$

- 식 (10-48)을 식 (10-49)를 이용하여 정리하면,

$$\omega = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}\,[\mathrm{J/m^3}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-50)}$$

$$\omega = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0} = \frac{1}{2}\mu_0 H^2 = \frac{1}{2}BH[\mathrm{J/m^3}] \qquad \cdots\cdots \text{(10-51)}$$

- 식 (10-51)은 정전계의 에너지 밀도를 나타내는 아래 식과 유사

$$\omega = \frac{1}{2}ED = \frac{1}{2}\frac{D^2}{\epsilon} = \frac{1}{2}\epsilon E^2\,[\mathrm{J/m^3}]$$

예제 *10.13* 10[mH]의 자기 인덕턴스를 가진 코일에 전류 0.5[A]가 흐르고 있을 때, 이 코일의 자기에너지를 구하여라.

[풀이] 식(10-47)로부터 이 코일의 자기에너지 *W*는

$$W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^{-3} \times 0.5^2 = 1.25 \times 10^{-3}[\mathrm{J}]$$

예제 10.14 단면적 20[cm^2], 단위길이당의 권수가 100[회]인 무한히 긴 철심이 든 솔레노이드의 자기 인덕턴스를 구하시오.(단, μ_s=2)

[풀이] 식(10-47)로부터 자기에너지 W는

$$W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}BHS = \frac{1}{2}\mu H^2 S$$

이므로, 자기 인덕턴스 L은

$$L = \frac{\mu H^2 S}{I^2} = \mu S\left(\frac{H}{I}\right)^2 = \mu S\left(\frac{nI}{I}\right)^2 = \mu S n^2 = \mu_0 \mu_s S n^2$$
$$= 4\pi \times 10^{-7} \times 2 \times 20 \times 10^{-4} \times 100^2 = 5 \times 10^{-5}\,[\mathrm{H/m}]$$