Electromagnetics II
전자기학 2

제10장 : 전자파의 전파1

Prof. Young Chul Lee

초고주파 시스템 집적연구실
Advanced RF System Integration (ARSI) Lab
http://cms.mmu.ac.kr/wizuniv/user/RFSIL/

제10장 : 전자파의 전파

- 10.1 서론
- 10.2 시간 조화 전자계
- 10.3 무손실 매질에서 평면파 전파
- 10.4 편파
- 10.5 손실매질에서 평면파 전파
- 10.6 양도체에서 전류흐름
- 10.7 전자기 전력밀도

10.1 서 론

- 파 (wave) : 에너지 또는 정보를 전송하는 수단
  - 전자파의 대표적인 예: 라디오파, TV 신호, 레이져 빔, 그리고 빛
  - 전자파가 가지고 있는 기본적인 세가지 특성

    (1) 모두 빠른 속도로 진행함.

    (2) 진행 중에 파동의 성질을 유지함.

    (3) 어떠한 물리적인 운반 없이도 원천에서 바깥으로 복사(radiation)함.

- 목표 : Maxwell 방정식을 풀고, 다음의 매질에서 전자파의 운동을 유도
  - 1. 자유공간 : $\sigma = 0, \varepsilon = \varepsilon_o, \mu = \mu_o$
  - 2. 무손실 유전체 : $\sigma = 0, \varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_o, \mu = \mu_r\mu_o$, 또는 $\sigma << \omega\varepsilon$
  - 3. 손실 유전체 : $\sigma \neq 0, \varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_o, \mu = \mu_r\mu_o$
  - 4. 양도체 : $\sigma \approx \infty\ 0, \varepsilon = \varepsilon_o, \mu = \mu_r\mu_o$, 또는 $\sigma >> \omega\varepsilon$

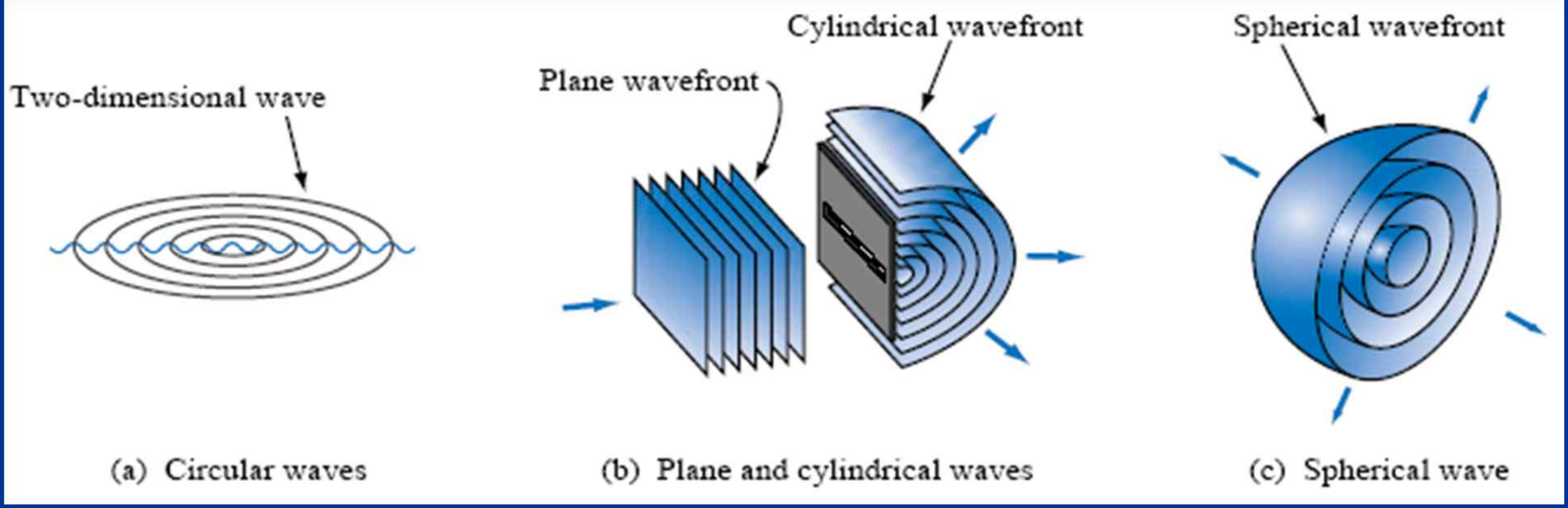
■ 파 (Wave)

■ 파의 공통적인 성질

1. 움직이는 파는 한점에서 다른 점으로 에너지를 운반함.
2. 파는 속도를 지님.
3. 특정 파는 선형적인 성질을 가짐

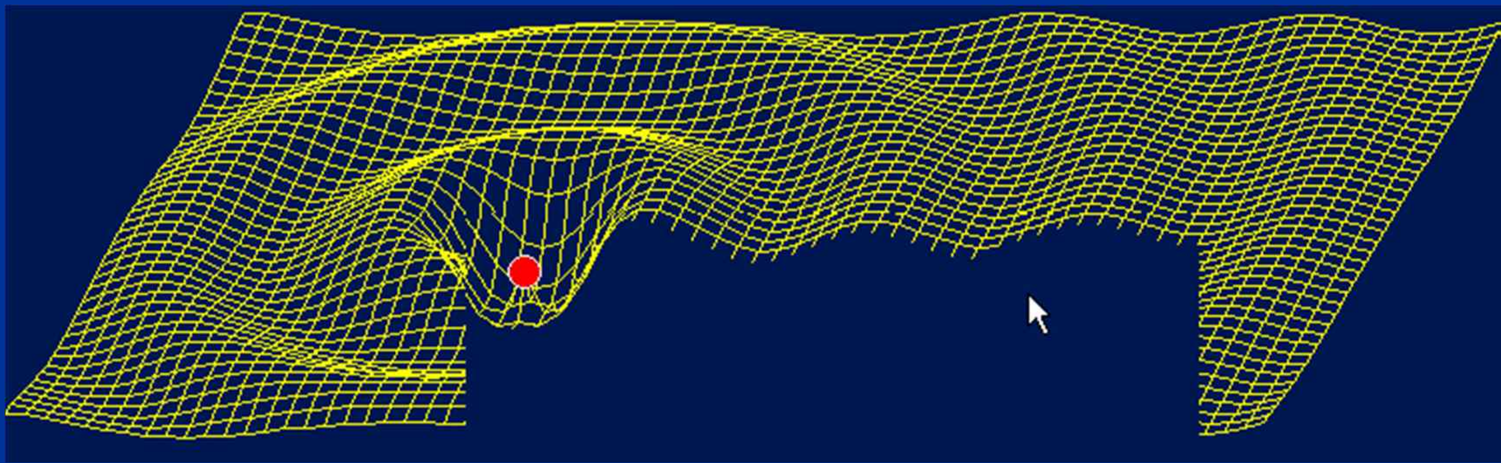
■ 파의 차원

1. 1차원 파
2. 2차원 파
3. 3차원 파

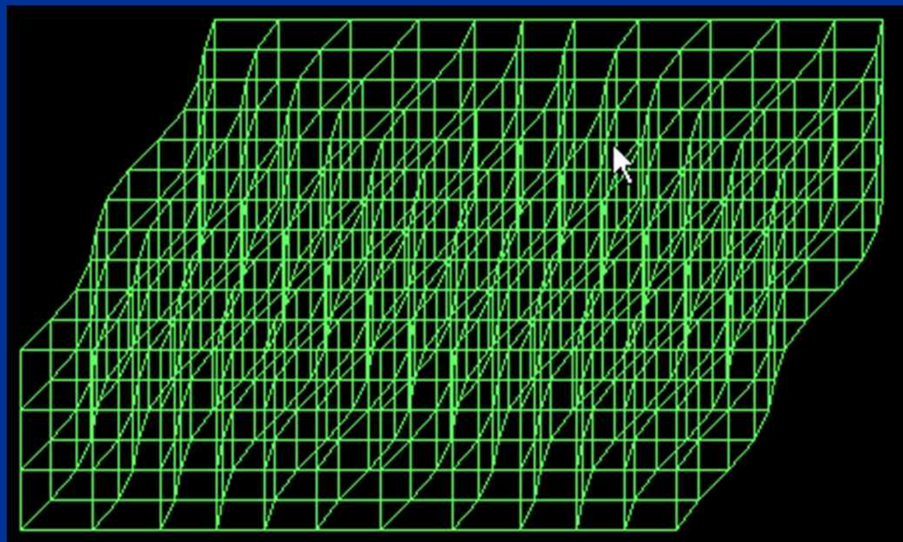


■ 1차원 파동 (Wave)

■ 2차원 파동 (Wave)



■ 3차원 파동 (Wave)



일반적인 파

■ 1차원 스칼라 파동방정식

$$\frac{d^2E_s}{dt^2} + \beta^2 E_s = 0$$

$$\beta = \omega/u$$

E_s: phasor

$$E^+ = Ae^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$E^- = Be^{j(\omega t + \beta z)}$$

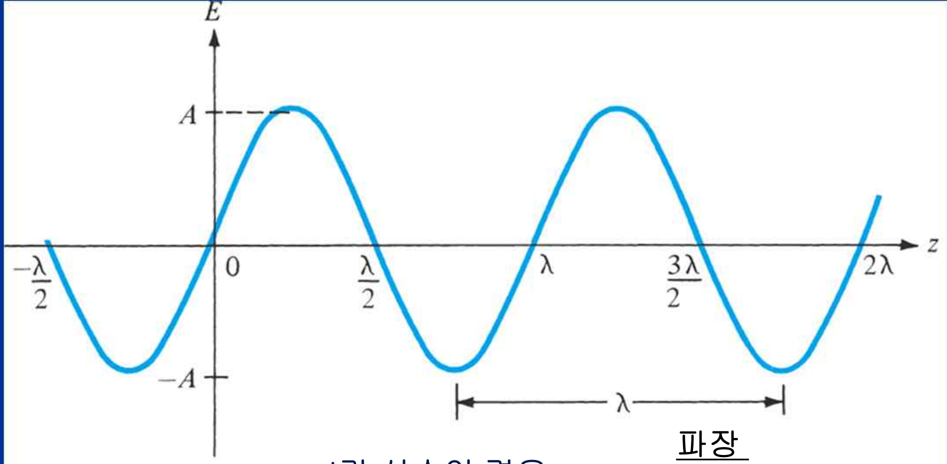
$$E = \underbrace{Ae^{j(\omega t - \beta z)}}_{+\text{ 방향}} + \underbrace{Be^{j(\omega t + \beta z)}}_{-\text{ 방향}}$$

$$E = A\sin(\omega t - \beta z)$$

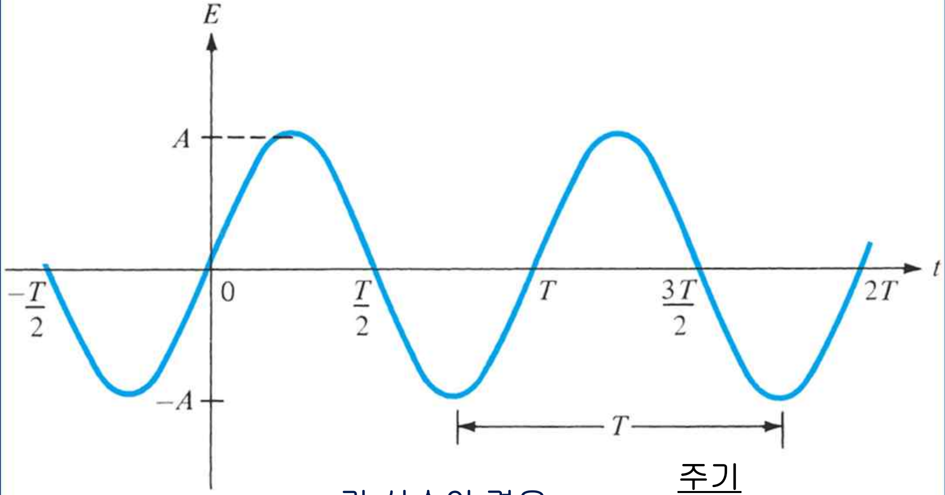
$$\boxed{E = A\sin(\omega t - \beta z)}$$

- 시정현함수
- A : 파의 진폭, E와 같은 단위
- $(\omega t - \beta z)$: 파의 위상, 단위는 radian, 위상은 시간과 공간변수 t,와 z에 의존
- ω : 각 주파수 [rad/s]
- β : 위상상수 [rad/m]

$$E = A\sin(\omega t - \beta z)$$



t가 상수인 경우



z가 상수인 경우

λ : 파장 [m]

$\lambda = uT$

- 파가 **u**의 속도로 거리 λ를 진행하는데 걸리는 시간 **T**

T = 1/f

f: 주파수

$u = f\lambda$

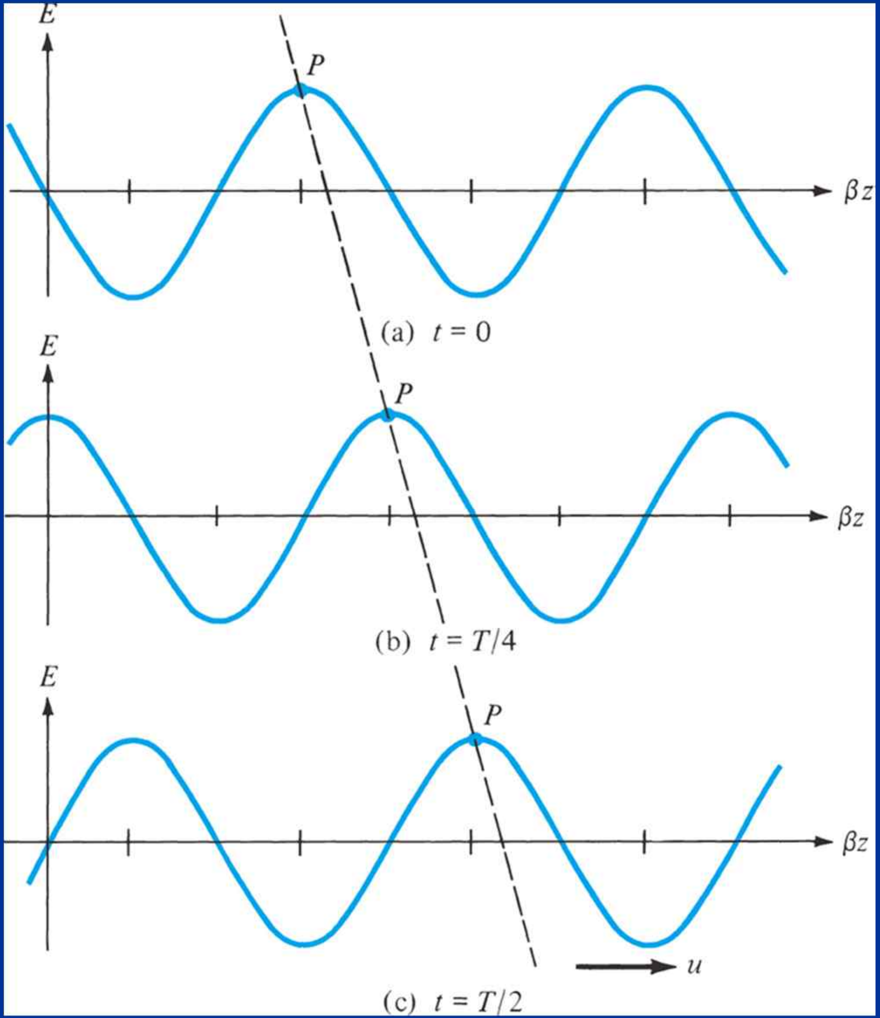
$\omega = 2\pi f$

$\beta = \omega / u$

$T = 1/f = 2\pi / \omega$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

■ 위상 속도



$$\omega t - \beta z = \text{constant}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = u$$

- 파가 +**z** 방향으로 **u**의 속도로 진행

▪ 요약

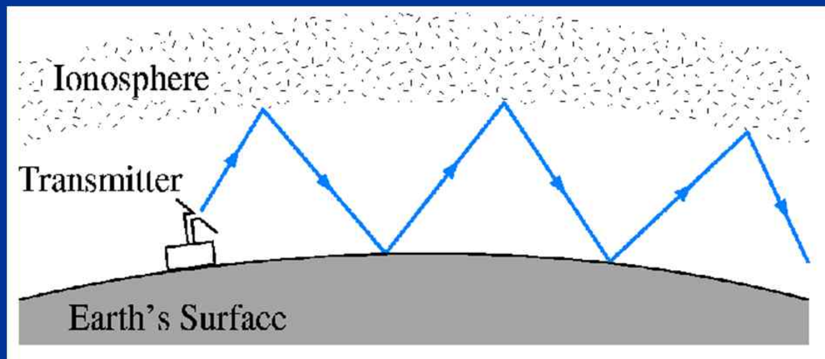
(1) 파는 공간과 시간의 함수

(2) 시간 t=0는 임의로 설정된 기준이며, 파는 시작과 끝이 없음.

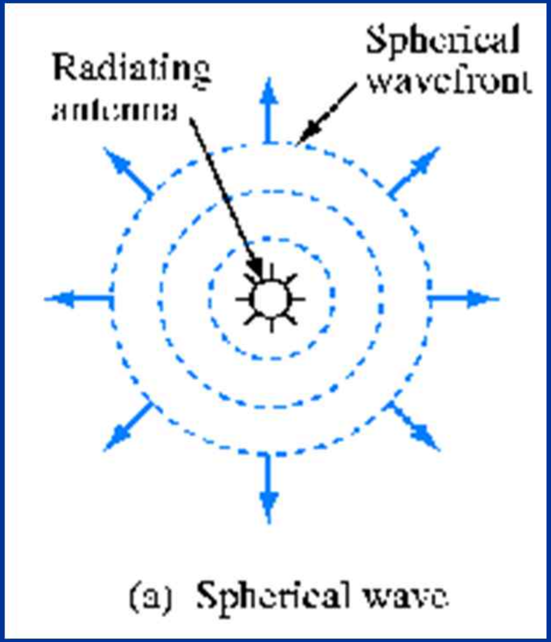
(3) $(\omega t \pm \beta z)$
- (−)는 +z방향으로 진행하는 파
- (+)는 −z 방향으로 진행하는 파

무한 전자기파

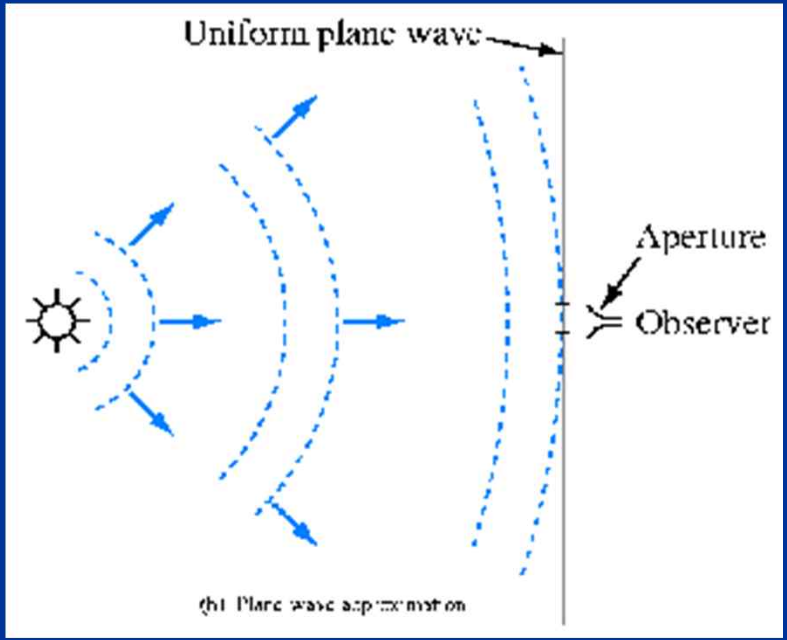
- 전파
  - 시변저자계의 상호 발생으로 전자파 발생
  - 도파 매질에서의 전파: 전송선로, HF(3-30MHz) 통신, …
  - 무한 매질에서의 전파: 태양으로부터의 광파, 안테나에 의한 무선 전송, …



■ 평면파



(a) Spherical wave



(b) Plane wave approximation

10.2 시간 조화 전자계

■ **Maxwell 방정식의 페이저 형식**

- 전자계 (E, D, B, H)의 원천: ρ와 J는 공간좌표(x, y, z)와 시간(t)의 함수

$$E(x,y,z;t) = \mathrm{Re}[\tilde{E}(x,y,z)e^{j\omega t}]$$

$$\boxed{\begin{aligned} &\nabla \cdot \tilde{E} = \frac{\tilde{\rho}_v}{\varepsilon} \\ &\nabla \times \tilde{E} = -j\omega\mu\tilde{H} \\ &\nabla \cdot H = 0 \\ &\nabla \times \tilde{H} = \tilde{J} + j\omega\varepsilon\tilde{E} \end{aligned}}$$

$$\text{here, } D = \varepsilon E,\ B = \mu H$$

■ 복소유전율

$$\mathrm{J} = \sigma \mathrm{E}$$

$$\nabla \times \tilde{\mathrm{H}} = \tilde{\mathrm{J}} + \mathrm{j}\omega\varepsilon\tilde{\mathrm{E}}$$

$$= (\sigma + \mathrm{j}\omega\varepsilon)\tilde{\mathrm{E}} = \mathrm{j}\omega(\varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega})\tilde{\mathrm{E}}$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega}$$

$$\nabla \times \tilde{\mathrm{H}} = \mathrm{j}\omega\varepsilon_c\tilde{\mathrm{E}}$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega} = \varepsilon' - j\varepsilon''$$

$$\varepsilon' = \varepsilon, \quad \varepsilon'' = \frac{\sigma}{\omega}$$

$$[\sigma = 0, \varepsilon'' = 0, \ \varepsilon_c = \varepsilon' = \varepsilon]$$

■ 무전하 매질에서 파동방정식

$$\rho_v = 0$$

$$\nabla \cdot \tilde{E} = 0$$
$$\nabla \times \tilde{E} = -j\omega\mu\tilde{H}$$
$$\nabla \cdot H = 0$$
$$\nabla \times \tilde{H} = j\omega\varepsilon_c\tilde{E}$$

$$\nabla \times \nabla \times \tilde{E} = -j\omega\mu(\nabla \times \tilde{H})$$
$$\nabla \times \nabla \times \tilde{E} = -j\omega\mu(j\omega\varepsilon_c\tilde{E}) = \omega^2\mu\varepsilon_c\tilde{E}$$

$$\nabla \times \nabla \times \tilde{E} = \nabla(\nabla \cdot \tilde{E}) - \nabla^2\tilde{E}$$
$$= -\nabla^2\tilde{E} \quad \leftarrow \nabla \cdot \tilde{E} = 0$$

$$\nabla^2\tilde{E} + \omega^2\mu\varepsilon_c\tilde{E} = 0$$

균일 파동방정식

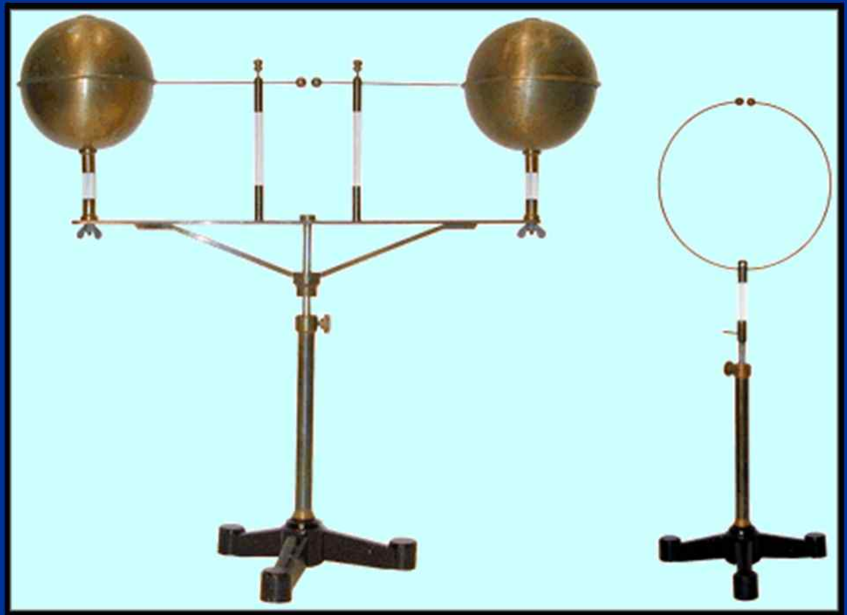
$$\boxed{\nabla^2\tilde{E} - \gamma^2\tilde{E} = 0 \qquad \nabla^2\tilde{H} - \gamma^2\tilde{H} = 0}$$

$$\gamma^2 = -\omega^2\mu\varepsilon_c$$ [전파정수]

- 맥스웰 방정식은 전기장의 변화가 자기장을 생겨나게 하고, 이 자기장의 변화는 다시 전기장을 만들 수 있다는 것을 보여주고 있다. 따라서 그들의 원천인 전하나 전류가 없어지더라도 하나의 변화가 다른 하나를 유발시켜서 스스로 생명력을 가지고 공간상을 전파하는 파동이 될 수 있는 가능성이 있다. 이에 따라 맥스웰는 자기가 새로이 구성한 네 개의 방정식을 연립시켜 전기장이나 자기장이 만족하는 파동방정식을 유도할 수 있었다.

Hertz의 실험

- 맥스웰이 전자기적인 원리로 전자기파의 발생을 예견하고 48세를 일기로 죽은지 8년만에 헤르츠(H. Hertz)에 의해 인공적인 전자기파가 만들어져서 무선통신의 시대를 열게 되었다.



- 헤르츠의 실험장치 _헤르츠가 1987년 전자기파를 발생시키고 검출한 실험장치로서 왼쪽은 발생장치이고 오른쪽은 검출장치이다. 발생장치는 놋쇠로 반든 둥근 전극을 아주 가까이 두고 이것에 고전압을 걸어서 공기중에서 방전이 일아나게 한 것이다. 한편 이렇게 해서 만들어진 전자기파를 고리모양의 원형도선에서 잡아 이 결과 위쪽의 조그만한 전극에서 작은 불꽃의 방전이 일어나게 된다.

10.3 무손실 매질에서 평면파 전파

■ 파수 (wave number)

- 무손실 (lossless): 매질이 부도체(σ=0)이면 파가 매질을 진행하며 감쇠가 되지 않음.
- 위상속도(u_p), 파장(λ) 등의 전자기파의 전파 특성: 각속도(ω), 매질의 물질상수 (ε, μ, σ)에 의해 결정

$$\gamma^2 = -\omega^2 \mu\varepsilon \quad (\varepsilon_c = \varepsilon)$$

$$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$$

$$\nabla^2 \tilde{E} + k^2 \tilde{E} = 0$$

■ 균일 평면파

$$\tilde{\mathrm{E}} = \tilde{E}_x \mathrm{a}_\mathrm{x} + \tilde{E}_y \mathrm{a}_\mathrm{y} + \tilde{E}_z \mathrm{a}_\mathrm{z}$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2} \right) (\tilde{E}_x \mathrm{a}_\mathrm{x} + \tilde{E}_y \mathrm{a}_\mathrm{y} + \tilde{E}_z \mathrm{a}_\mathrm{z}) + k^2 (\tilde{E}_x \mathrm{a}_\mathrm{x} + \tilde{E}_y \mathrm{a}_\mathrm{y} + \tilde{E}_z \mathrm{a}_\mathrm{z}) = 0$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2} + k^2 \right) \tilde{E}_x = 0, \left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2} + k^2 \right) \tilde{E}_y = 0$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2} + k^2 \right) \tilde{E}_y = 0$$

- 균일 평면파: 전계와 자계가 무한 평면의 모든 점에서 균일한 특성을 가짐.

  - x-y 평면: E와 H는 x와 y에 대해 변하지 않음.
  - $dE_x/dx = dE_x/dy = 0$

$$\frac{d^2\widetilde{E}_x}{dz^2}+k^2\widetilde{E}_x=0,\ \frac{d^2\widetilde{E}_y}{dz^2}+k^2\widetilde{E}_y=0$$

$$\frac{d^2\widetilde{H}_x}{dz^2}+k^2\widetilde{H}_x=0,\ \frac{d^2\widetilde{H}_y}{dz^2}+k^2\widetilde{H}_y=0$$

$$\boxed{\widetilde{E}_z=0,\ \widetilde{H}_z=0}$$

평면파는 파의 진행방향에 대한 전계와 자계성분이 없음을 의미.

$$\left(\frac{d\widetilde{H}_y}{dx}-\frac{d\widetilde{H}_x}{dy}\right)\mathrm{a}_z=j\omega\varepsilon\widetilde{E}_z$$

- 일반해

$$\widetilde{E}_x(z)=\widetilde{E}_x^+(z)+\widetilde{E}_x^-(z)$$

$$=\boxed{E_{x0}^+e^{-jkz}+E_{x0}^-e^{jkz}}$$

+/− z 방향으로 진행하는 파

$$V(z)=V_0^+e^{-\gamma z}+V_0^-e^{+\gamma z}$$

- E는 x 방향 성분만 갖고(E_y=0), Ex는 +z 방향으로만 진행한다 가정(E_{x0}^- = 0).

$$\widetilde{\mathrm{E}}(z)=\widetilde{E}_x^+(z)\mathrm{a}_x=\widetilde{E}_{x0}^+e^{-jkz}\mathrm{a}_x$$

$$(\widetilde{E}_y=\widetilde{E}_z=0)$$

$$\nabla\times\widetilde{\mathrm{E}}=\begin{vmatrix}\mathrm{a}_x & \mathrm{a}_y & \mathrm{a}_z\\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dx}} & \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dy}} & \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dz}}\\ \widetilde{E}_x^+(z) & 0 & 0\end{vmatrix}$$

$$=-j\omega\mu(\widetilde{H}_x\mathrm{a}_x+\widetilde{H}_y\mathrm{a}_y+\widetilde{H}_z\mathrm{a}_z)$$

$$\frac{\mathrm{d}\widetilde{E}_x^+(z)}{\mathrm{dx}}=\frac{\mathrm{d}\widetilde{E}_x^+(z)}{\mathrm{dy}}=0$$

$$\widetilde{H}_x=0$$

$$\widetilde{H}_y=\frac{1}{-j\omega\mu}\frac{\mathrm{d}\widetilde{E}_x^+(z)}{\mathrm{dz}}$$

$$\widetilde{H}_z=\frac{1}{-j\omega\mu}\frac{\mathrm{d}\widetilde{E}_x^+(z)}{\mathrm{dy}}=0$$

$$\tilde{H}_y(z) = \frac{k}{\omega\mu} E_{x0}^{+} e^{-jkz} = H_{y0}^{+} e^{-jkz}$$

$$H_{y0}^{+} = \frac{k}{\omega\mu} E_{x0}^{+}$$

$$\boxed{\eta = \frac{\omega\mu}{k} = \frac{\omega\mu}{\omega\sqrt{\mu\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}}$$

$$\tilde{\mathrm{E}}(z) = \tilde{E}_x^{+}(z)\mathrm{a}_{\mathrm{x}} = E_{x0}^{+} e^{-jkz} \mathrm{a}_{\mathrm{x}}$$

$$\tilde{\mathrm{H}}(z) = \frac{\tilde{E}_x^{+}(z)}{\eta}\mathrm{a}_{\mathrm{y}} = \frac{E_{x0}^{+}}{\eta} e^{-jkz} \mathrm{a}_{\mathrm{y}}$$

- 고유 임피던스 (intrinsic impedance)

- TEM (transverse electromagnetic) 파
  - 전계와 자계는 서로 수직이고, 둘 다 파의 진행 방향에 수직임.

- 순시전계와 자계

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}(z,t) &= \mathrm{Re}[\widetilde{\mathrm{E}}(z)e^{j\omega t}] \\
&= |E_{x0}^{+}|\cos(\omega t - kz + \phi^{+}) \quad [V/m] \\
\mathrm{H}(z,t) &= \mathrm{Re}[\widetilde{\mathrm{H}}(z)e^{j\omega t}] \\
&= |H_{x0}^{+}|\cos(\omega t - kz + \phi^{+}) \quad [A/m]
\end{aligned}
$$

- 위상속도, 파장

$$
u_p = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \qquad (m/s)
$$

$$
\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{u_p}{f}
$$

$exam.\ \varepsilon = \varepsilon_0, \mu = \mu_0$

$$
u_p = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}} = 3\times10^8
$$

$$
\eta = \eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 377\ (\Omega) \approx 120\pi
$$

■ E와 H 사이의 일반 관계식

$$\tilde{\mathrm{H}} = \frac{1}{\eta} a_k \times \tilde{\mathrm{E}}$$
$$\tilde{\mathrm{E}} = -\eta a_k \times \tilde{\mathrm{H}}$$

- 오른손법칙
  - 오른손의 4손가락을 E에서 H 방향을 따라 회전
  - 엄지는 파의 진행방향(a_k)