

# 전력시스템 해석 및 설계

## 제 6 장 - Power Flows -

성균관대학교

김 철 환

# CONTENTS

- 6.1 선형 대수 방정식에 대한 직접 해(법)  
: 가우스 소거법(GAUSS ELIMINATION)
- 6.2 선형 대수 방정식에 대한 반복 해(법)  
: 자코비 및 가우스 자이델(JACOBI and GAUSS-SEIDEL)
- 6.3 비선형 대수 방정식에 대한 반복 해(법)  
: 뉴턴-랩슨(NEWTON-RAPHSON)
- 6.4 전력 조류(POWER-FLOW) 문제
- 6.5 가우스 자이델(GAUSS-SEIDEL)에 의한 조류 해

# CONTENTS

6.6 뉴턴-랩슨(NEWTON-RAPHSON) 에 의한 조류 해

6.7 전력 조류의 제어(CONTROL; 전력조류 제어 방법)

6.8 조류의 성김(SPARSITY; 성김 행렬 처리 방법)

6.9 고속 조류(FAST DECOUPLED POWER FLOW; 고속 조류 분할 해석법)

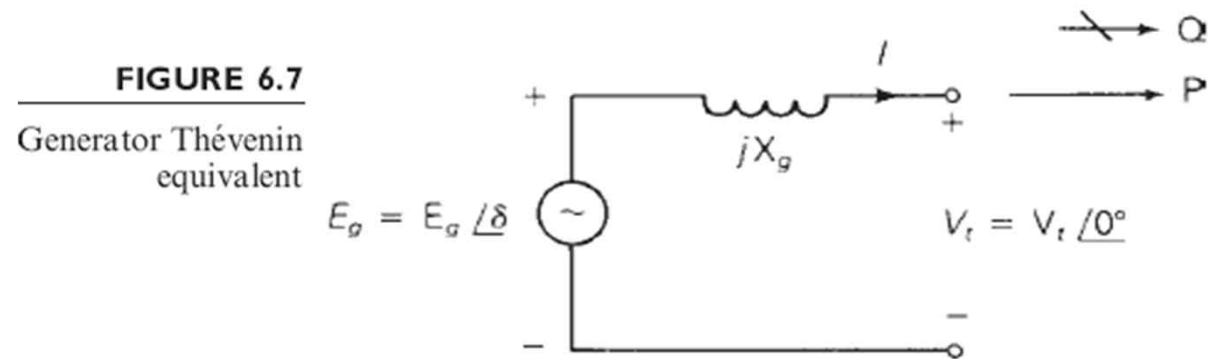
6.10 직류 조류(“DC” 조류; 직류 조류 해석)

6.11 풍력 발전의 전력 조류 모델링

## 6.7 전력조류의 제어

▣ 전력계통의 **조류**를 **제어**하기 위해 사용되는 **방법**:

1. 발전기의 원동기(Prime mover)와 **여자 제어**(excitation control)
2. 병렬 커패시터 뱅크, 병렬 리액터 및 정지형 무효전력 보상기(static var system)의 **개폐**
3. 탭 변환(tap-changing) 및 전압 조정 변압기(regulating transformer)의 **제어**



- 평형 정상상태 조건하에서 운전하는 **발전기**의 간단한 **모델**은 **그림 6.7**과 같은 테브닌 등가(Thevenin equivalent)

- 발전기 전류는, 
$$I = \frac{E_g e^{j\delta} - V_t}{jX_g} \quad (6.7.1)$$

## PRIME MOVER

A mechanism that converts thermal or hydraulic ENERGY into mechanical POWER. For example, a coal fired BOILER with a steam TURBINE is a prime mover as it converts the thermal ENERGY of coal into the mechanical POWER to turn the TURBINE.

The rotor is connected to a prime mover, such as a steam or water turbine. The prime mover provides the mechanical input power to turn the generator's rotor. As the rotor turns, a rotating magnetic field is created about the rotor. This field induces an AC voltage in the armature coil that is embedded in the stator. Figure 2-61 illustrates the process used to produce electricity in a typical power generator. The rotating field coil induces an AC voltage in the stationary armature coil. The excitation current is provided to the rotating field winding via a brush and slip-ring assembly.

## 6.7 전력조류의 제어

$$I = \frac{E_g e^{j\delta} - V_t}{jX_g} \quad (6.7.1)$$

- 발전기에 의해 전달되는 **복소 전력**(complex power), **유효**, **무효전력** :

$$S = P + jQ = V_t I^* = V_t \left( \frac{E_g e^{-j\delta} - V_t}{-jX_g} \right) \quad P = \operatorname{Re} S = \frac{V_t E_g}{X_g} \sin \delta \quad (6.7.3)$$

$$= \frac{V_t E_g (j \cos \delta + \sin \delta) - jV_t^2}{X_g} \quad (6.7.2) \quad Q = \operatorname{Im} S = \frac{V_t (E_g \cos \delta - V_t)}{X_g} \quad (6.7.4)$$

A. 식(6.7.3) : 유효전력  $P$ 는 전력 위상각  $\delta$  가 **증가**하면 함께 **증가**한다

- **운전 관점**으로부터, 발전기 여자(내부)전압을 일정하게 유지하면서, 발전기에 대한 원동기의 **입력**을 **증가**시킬 때  $\rightarrow$  회전자 속도는 **증가**
- 회전자 속도가 증가  $\rightarrow$  발전기 유효전력을 증가시키는 전력위상각도 증가  $\rightarrow$  또한 식(6.7.4)의 무효전력  $Q$ 는 감소

$\delta < 15^\circ$ 인 경우,  $P$ 의 증가가  $Q$ 의 감소 보다 훨씬 크다

- **전력조류 관점**에서 보면, 원동기의 **출력 증가** = 발전기가 연결된 정전압 모선에서  $P$ 의 **증가**
- 전력조류 프로그램은  $Q$ 의 작은 변화에 따른  $\delta$ 의 증가를 계산한다

## 6.7 전력조류의 제어 [계속]

$$S = P + jQ = V_t I^* = V_t \left( \frac{E_g e^{-j\delta} - V_t}{-jX_g} \right) \quad (6.7.2)$$

$$= \frac{V_t E_g (j \cos \delta + \sin \delta) - j V_t^2}{X_g}$$

$$P = \text{Re } S = \frac{V_t E_g}{X_g} \sin \delta \quad (6.7.3)$$

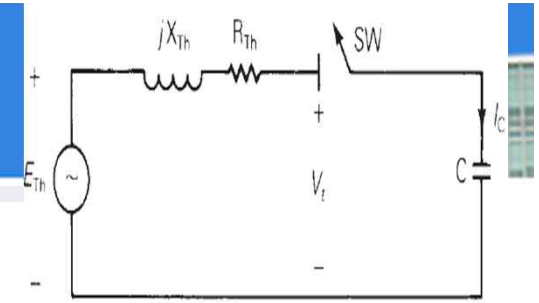
$$Q = \text{Im } S = \frac{V_t (E_g \cos \delta - V_t)}{X_g} \quad (6.7.4)$$

- B. 식(6.7.4) : 발전기 여자(내부)전압  $E_g$  이 증가할 때 → 무효전력 Q는 증가
- 운전 관점으로 부터, 원동기 출력을 일정하게 유지하고, 발전기 여자기의 출력을 증가시킬 때 → 회전자 전류는 증가
  - 회전자 전류가 증가 → 발전기 무효전력 증가 야기하는, 여자전압  $E_g$  는 증가

식(6.7.3)으로부터, 발전기 유효전력 P를 일정하게 유지시키기 위해서는  $\delta$  의 감소가 필요하다

- 전력조류 관점에서 보면, 발전기 여자전압의 증가 = 발전기가 연결된 정전압 모선의 전압 크기의 증가
- 전력조류 프로그램은  $\delta$  의 작은 변화에 따라, 발전기에 의해 공급되는 무효 전력 Q의 증가를 계산한다

## 6.7 전력조류의 제어 [계속]



(a) Equivalent circuit

### C. 병렬 커패시터 뱅크의 전력계통 모선에의 추가의 영향

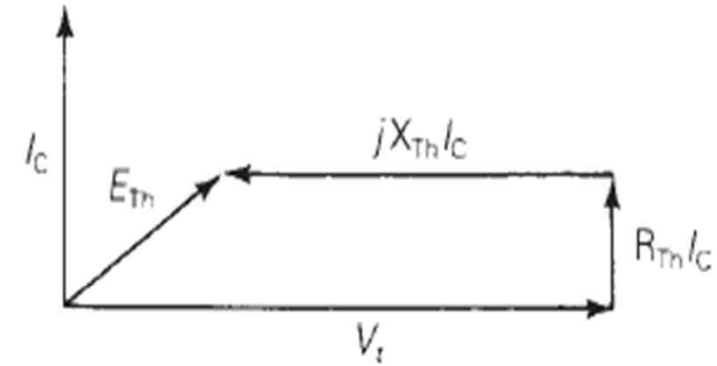
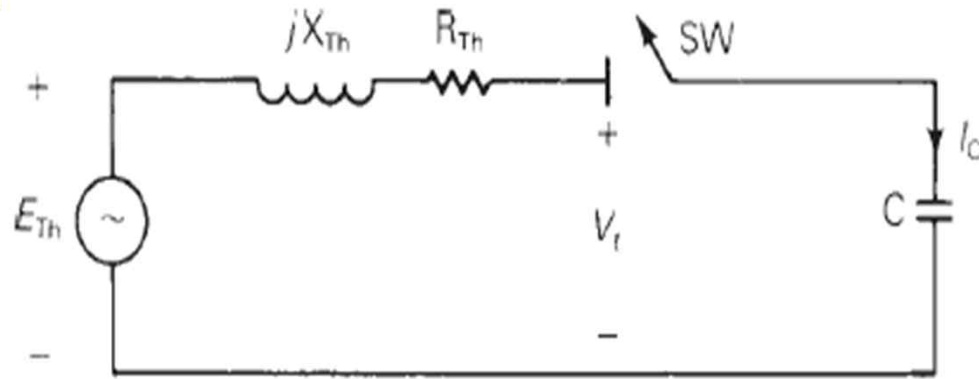
- 계통은 테브닌 등가에 의해 모델화
- 커패시터 뱅크 연결 이전 = 스위치 SW 개방, 모선전압은  $E_{Th}$
- 커패시터 뱅크 연결 이후 = 스위치 SW 닫힘, 커패시터 전류  $I_C$  는 모선전압은  $V_t$  보다 90도 앞섬
- 페이지 도 : 스위치 SW를 닫았을 때,  $V_t > E_{Th}$

전력조류 관점에서 보면, 부하모선에 병렬 커패시터 뱅크의 추가 = 음의 무효 부하 (negative reactive load)의 추가에 대응 (왜냐하면, 커패시터는 음의 무효전력을 흡수하기 때문)

- 전력조류 프로그램은  $\delta$  의 작은 변화에 따라, 모선 전압 크기의 증가를 계산
- 유사하게 병렬 리액터의 추가 = 양의 무효 부하((positive reactive load)의 추가에 대응. 전력조류 프로그램은, 모선 전압 크기의 감소를 계산



## 6.7 전력조류의 제어 [계속]



**FIGURE 6.8** Effect of adding a shunt capacitor bank to a power system bus



## 5.6 Use of Voltage Control Equipment



This section reviews the purpose and operation of equipment used to control system voltage and describes how a system operator makes use of this equipment.

### *5.6.1 Use of Capacitors and Reactors*

The primary sources of voltage control are the system generators. Capacitors and reactors are an alternate, versatile method of voltage control. Capacitors and reactors are not as expensive as generators, and are easier to construct and locate in the power system. Capacitors and reactors can be designed to be a permanent part of the system (fixed, not switchable) or be switched in and out-of-service via circuit breakers or circuit switchers.

## 6.7 전력조류의 제어 [계속]

### D. 탭 변환(tap-changing) 및 전압크기 조정 변압기

- 연결된 선로상에서 무효전력의 흐름 뿐만 아니라 모션전압을 제어

### E. 위상각 조정 변압기(phase-angle regulating transformer)

- 연결된 선로상에서 유효전력의 흐름 뿐만 아니라 모션 위상각을 제어

## 6.7 전력조류의 제어 [계속]

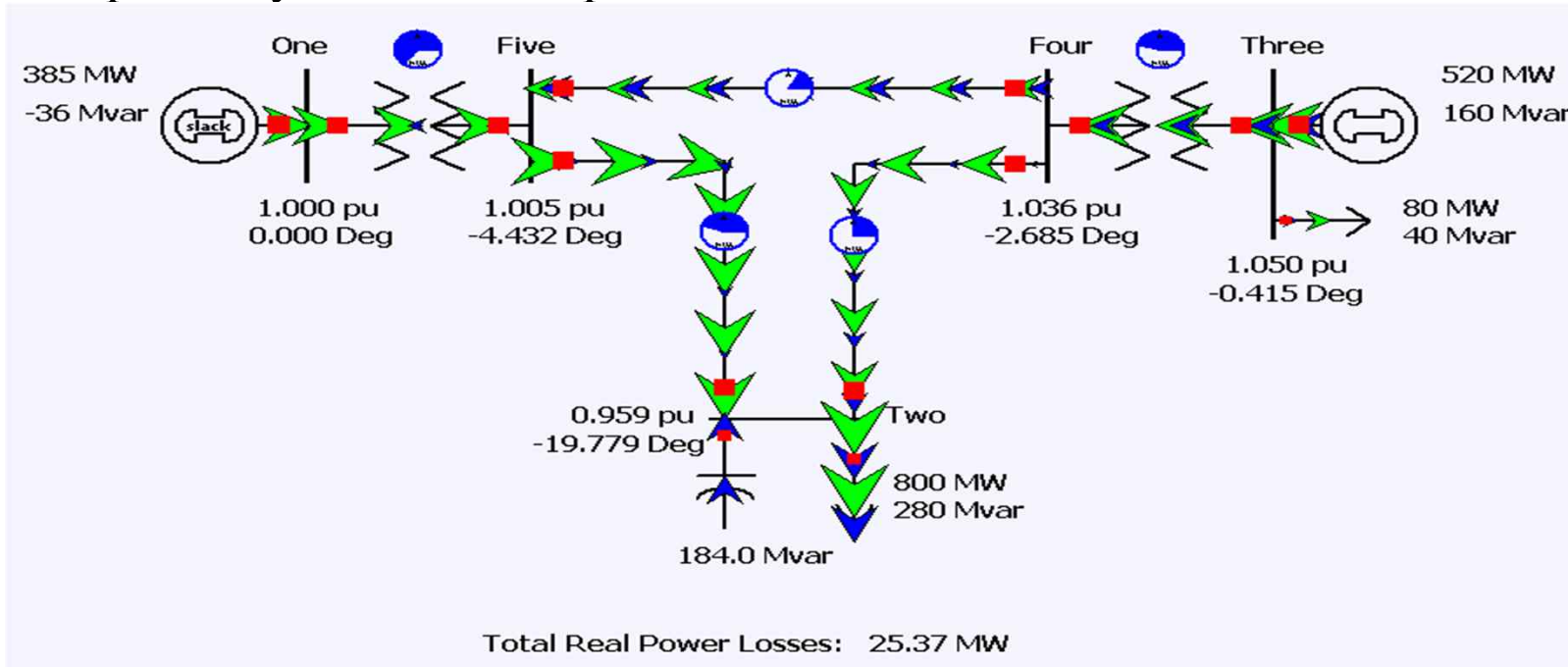
nected. Both tap-changing and regulating transformers are modeled by a transformer with an off-nominal turns ratio  $c$  (Figure 3.25). From the power-flow standpoint, a change in tap setting or voltage regulation corresponds to a change in  $c$ . The power-flow program computes the changes in  $Y_{\text{bus}}$ , bus voltage magnitudes and angles, and branch flows.

Besides the above controls, the power-flow program can be used to investigate the effect of switching in or out lines, transformers, loads, and generators. Proposed system changes to meet future load growth, including new transmission, new transformers, and new generation can also be investigated. Power-flow design studies are normally conducted by trial and error. Using engineering judgment, adjustments in generation levels and controls are made until the desired equipment loadings and voltage profile are obtained.

## 6.7 전력조류의 제어 [계속]

### ▣ 예제 6.14

Determine the effect of **adding** a 200-Mvar shunt capacitor bank at bus 2 on the power system in Example 6.9.



- Decreased the **losses**, from 34.87 to 25.37 MW.
- The bus 2 **voltage** increases from 0.834 to 0.959 per unit.

## 6.8 성김 행렬 처리 기법(SPARSITY TECHINQUES)

### ▣ 성김 행렬(sparse matrix)

: 0 이 아닌 요소를 소수만(조금만) 갖는 행렬

### ▣ Sparse matrix techniques

- Reduce computer storage and time requirements
- Compact storage method and reordering of the buses

$$S = \begin{bmatrix} 1.0 & -1.1 & -2.1 & -3.1 \\ -4.1 & 2.0 & 0 & -5.1 \\ -6.1 & 0 & 3.0 & 0 \\ -7.1 & 0 & 0 & 4.0 \end{bmatrix} \quad (6.8.1)$$

## 6.8 성김 행렬 처리 기법(SPARSITY TECHINQUES)

- 행렬  $S$ 의 compact storage 를 위해 다음 4개의 벡터로 완전히 재구성
- $\mathbf{DIAG}=[1.0 \ 2.0 \ 3.0 \ 4.0]$  (6.8.2)
- $\mathbf{OFFDIAG}=[-1.1 \ -2.1 \ -3.1 \ -4.1 \ -5.1 \ -6.1 \ -7.1]$  (6.8.3)
- $\mathbf{COL}=[2 \ 3 \ 4 \ 1 \ 4 \ 1 \ 1]$  (6.8.4)
- $\mathbf{ROW}=[3 \ 2 \ 1 \ 1]$  (6.8.5)

$$S = \begin{bmatrix} 1.0 & -1.1 & -2.1 & -3.1 \\ -4.1 & 2.0 & 0 & -5.1 \\ -6.1 & 0 & 3.0 & 0 \\ -7.1 & 0 & 0 & 4.0 \end{bmatrix} \quad (6.8.1)$$

Other sparsity 기법  $\rightarrow$  reorder buses

$$S^{(1)} = \begin{bmatrix} 1.0 & -1.1 & -2.1 & -3.1 \\ 0 & -2.51 & -8.61 & -7.61 \\ 0 & -6.71 & -9.81 & -18.91 \\ 0 & -7.81 & -14.91 & -18.01 \end{bmatrix} \quad (6.8.6) \text{ After one Gauss elimination step}$$

The original degree of sparsity is lost.

## 6.8 성김 행렬 처리 기법(SPARSITY TECHINQUES)

↘ 모선 4,3,2,1 → 1,2,3,4 로 **Reordering** 하면,

$$S_{reordered} = \begin{bmatrix} 4.0 & 0 & 0 & -7.1 \\ 0 & 3.0 & 0 & -6.1 \\ -5.1 & 0 & 2.0 & -4.1 \\ -3.1 & -2.1 & -1.1 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (6.8.7)$$

$$S = \begin{bmatrix} 1.0 & -1.1 & -2.1 & -3.1 \\ -4.1 & 2.0 & 0 & -5.1 \\ -6.1 & 0 & 3.0 & 0 \\ -7.1 & 0 & 0 & 4.0 \end{bmatrix} \quad (6.8.1)$$

식(6.8.7)을 1번의 **가우스 소거** 단계를 거치면,

$$S_{reordered}^{(1)} = \begin{bmatrix} 4.0 & 0 & 0 & -7.1 \\ 0 & 3.0 & 0 & -6.1 \\ 0 & 0 & 2.0 & -13.15 \\ 0 & -2.1 & -1.1 & -4.5025 \end{bmatrix} \quad (6.8.8) \text{ After one Gauss elimination step}$$

Note that the original degree of sparsity is not lost in (6.8.8).



## 6.8 성김 행렬 처리 기법(SPARSITY TECHINQUES)

One simple reordering method is to start with those buses having the fewest connected branches and to end with those having the most connected branches. For example,  $\mathbf{S}$  in (6.8.1) has three branches connected to bus 1 (three off-diagonals in row 1), two branches connected to bus 2, and one branch connected to buses 3 and 4. Reordering the buses 4, 3, 2, 1 instead of 1, 2, 3, 4 we have

Reordering buses according to the fewest connected branches can be performed once, before the Gauss elimination process begins. Alternatively, buses can be renumbered during each Gauss elimination step in order to account for changes during the elimination process.

Sparsity techniques similar to those described in this section are a standard feature of today's Newton–Raphson power-flow programs. As a result of these techniques, typical 30,000-bus power-flow solutions require less than 10 megabytes of storage, less than one second per iteration of computer time, and less than 10 iterations to converge.

## EXAMPLE 6.16 Sparsity in a 37-bus system

To see a visualization of the sparsity of the power-flow Ybus and Jacobian matrices in a 37-bus system, open PowerWorld Simulator case Example 6\_13.

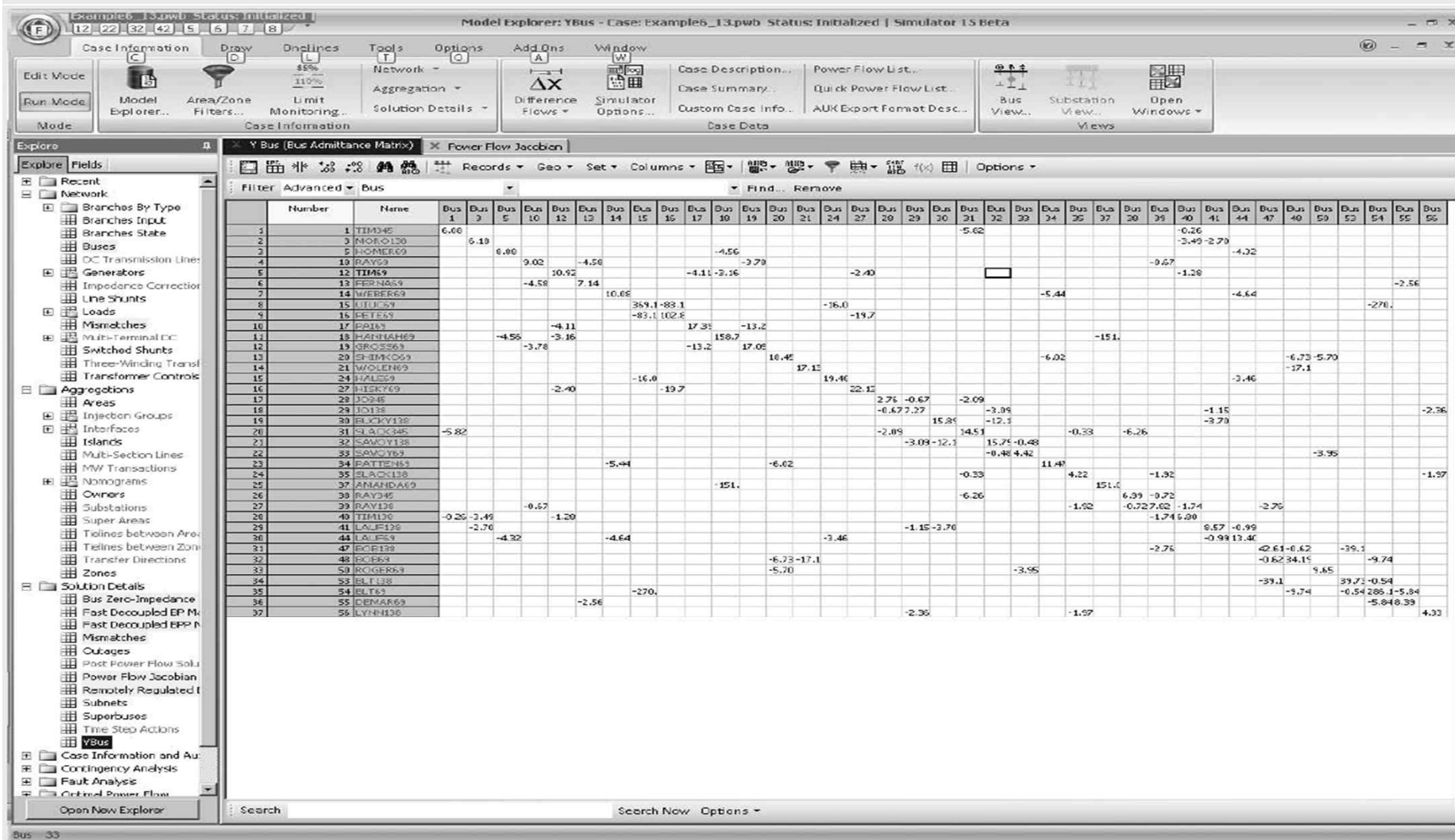


FIGURE 6.13 Screen for Example 6.16

## 6.9 고속분할 전력조류 계산(FAST DECOUPLED POWER FLOW)

▣ **상정사고**(contingencies) 해석 : 전력계통 운영의 major concern

→ **Fast power-flow algorithm** 개발 : 초 단위 또는 그 이하로 조류 해 제공

→ **자코비안 행렬**(Jacobian matrix)의 **간단화**에 기초

(1) 식(6.6.6)의  $J_2(i)$ ,  $J_3(i)$  를 무시하면, 다음 **분할 방정식**(decoupled equations);

$$J_1(i)\Delta\delta(i) = \Delta P(i) \quad (6.9.1)$$

$$J_4(i)\Delta V(i) = \Delta Q(i) \quad (6.9.2)$$

$$\left[ \begin{array}{c|c} J_1(i) & J_2(i) \\ \hline J_3(i) & J_4(i) \end{array} \right] \begin{bmatrix} \Delta\delta(i) \\ \Delta V(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P(i) \\ \Delta Q(i) \end{bmatrix} \quad (6.6.6)$$

$$J^k = \begin{bmatrix} J_{11}^k & J_{12}^k \\ J_{21}^k & J_{22}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & 0 \\ 0 & J_{22} \end{bmatrix}^k \quad \begin{array}{l} i = 2, 3, \dots, n \\ j = 2, 3, \dots, n \end{array}$$

Decoupled 법

## 6.9 고속분할 전력조류 계산(FAST DECOUPLED POWER FLOW)

### (2) 자코비안 행렬의 additional simplification → 계산시간 더 감소 가능

The computer time required to solve (6.9.1) and (6.9.2) is significantly less than that required to solve (6.6.6). Further reduction in computer time can be obtained from additional simplification of the Jacobian matrix. For example, assume  $V_k \approx V_n \approx 1.0$  per unit and  $\delta_k \approx \delta_n$ . Then  $\mathbf{J}_1$  and  $\mathbf{J}_4$  are constant matrices whose elements in Table 6.5 are the negative of the imaginary components of  $\mathbf{Y}_{\text{bus}}$ . As such,  $\mathbf{J}_1$  and  $\mathbf{J}_4$  do not have to be recalculated during successive iterations.

$$\mathbf{J}_1(i)\Delta\delta(i) = \Delta\mathbf{P}(i) \quad (6.9.1)$$

$$\mathbf{J}_4(i)\Delta\mathbf{V}(i) = \Delta\mathbf{Q}(i) \quad (6.9.2)$$

assume  $V_k \approx V_n \approx 1.0$  per unit and  $\delta_k \approx \delta_n$

$n \neq k$

$$J1_{kn} = \frac{\partial P_k}{\partial \delta_n} = V_k Y_{kn} V_n \sin(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

$$J2_{kn} = \frac{\partial P_k}{\partial V_n} = V_k Y_{kn} \cos(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

$$J3_{kn} = \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_n} = -V_k Y_{kn} V_n \cos(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

$$J4_{kn} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_n} = V_k Y_{kn} \sin(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

$n = k$

$$J1_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} = -V_k \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N Y_{kn} V_n \sin(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

$$J2_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = V_k Y_{kk} \cos \theta_{kk} + \sum_{n=1}^N Y_{kn} V_n \cos(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

$$J3_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_k} = V_k \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq k}}^N Y_{kn} V_n \cos(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

$$J4_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = -V_k Y_{kk} \sin \theta_{kk} + \sum_{n=1}^N Y_{kn} V_n \sin(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})$$

**TABLE 6.5**

Elements of the  
Jacobian matrix

$k, n = 2, 3, \dots, N$

## 6.10 직류 조류계산

$$P = \text{Re } S = \frac{V_t E_g}{X_g} \sin \delta \quad (6.7.3)$$

$$Q = \text{Im } S = \frac{V_t (E_g \cos \delta - V_t)}{X_g} \quad (6.7.4)$$

### ▣ 직류 전력조류(DC power flow)

- 전압의 크기가 1.0[pu]로 일정하다고 가정하면, 전력조류 계산 문제는 **Q-V equation**을 무시하므로서 더욱 간단화
- 모선 j로 부터 모선 k까지 무효 성분(reactive)  $X_{jk}$  를 갖는 선로상의 조류는,

$$P_{jk} = \frac{\delta_j - \delta_k}{X_{jk}} \quad (6.10.1)$$

- 유효전력 평형 방정식(real power balance equation)은 완전한 선형 문제로 축소

$$-B\delta = P \quad (6.10.2)$$

(B : 선로저항을 무시하며, 슬랙 모선의 행과 열(slack bus row and column)을 제외하고 계산한  $Y_{bus}$ 의 허수부 성분

- Form is similar to that found in solving dc resistive circuits → “DC power flow”

## 6.10 직류 조류계산(The

### 예제 6.17

Determine the dc power flow solution for the five bus from Example 6.9. Sol)

With bus 1 as the system slack,

$$-B\delta = P \quad (6.10.2)$$

$$B = \begin{bmatrix} -30 & 0 & 10 & 20 \\ 0 & -100 & 100 & 0 \\ 10 & 100 & -150 & 40 \\ 20 & 0 & 40 & -110 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} -8 \\ 4.4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\delta = -B^{-1}P = \begin{bmatrix} -0.3263 \\ 0.0091 \\ -0.0349 \\ -0.0720 \end{bmatrix} \text{radians} = \begin{bmatrix} -18.70 \\ 0.5214 \\ -2 \\ -4.125 \end{bmatrix} \text{degrees}$$

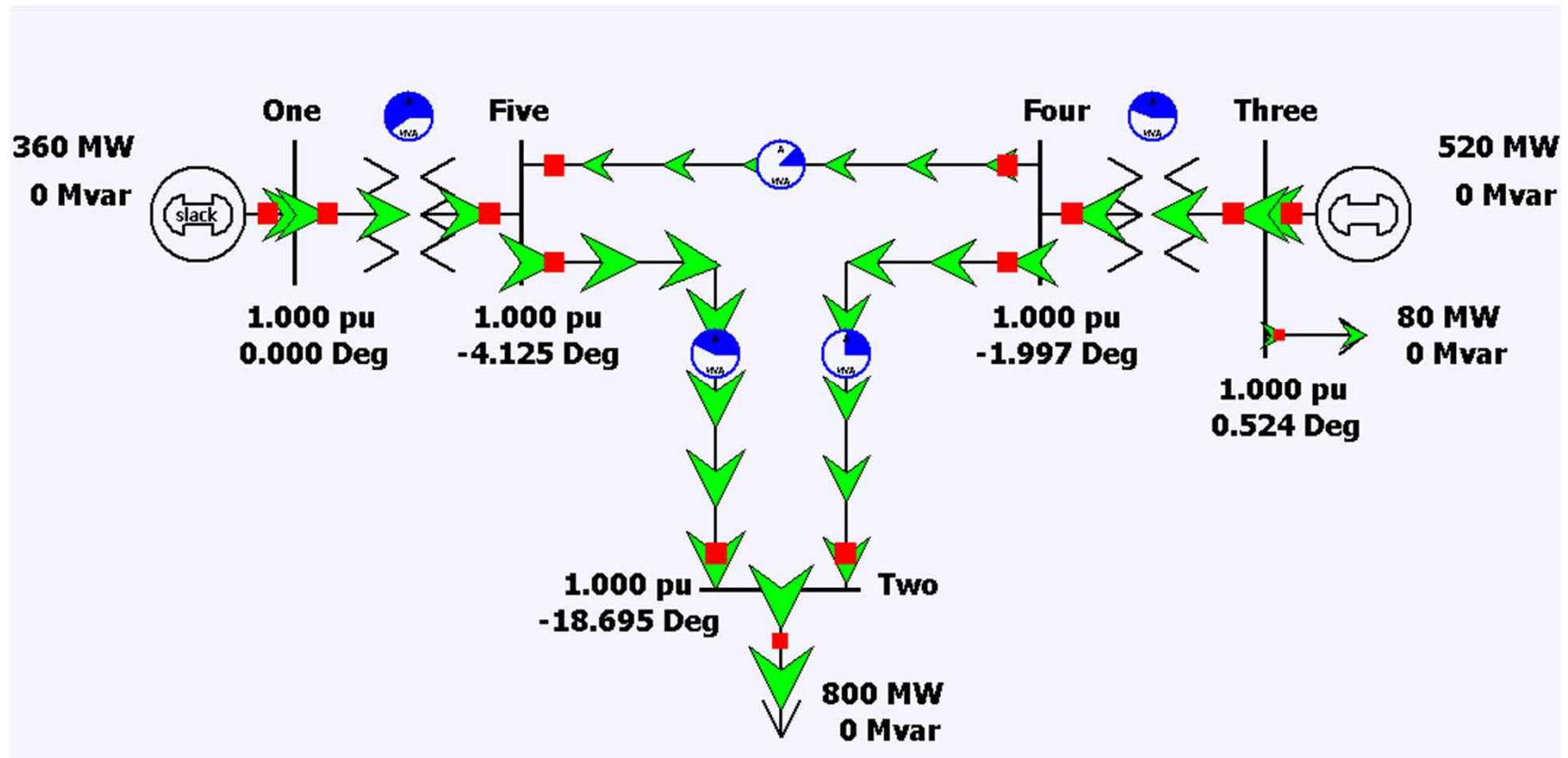
Bus	1	Bus	2	Bus	3	Bus	4	Bus	5
	3.73 - j49.72								-3.73 + j49.72
		2.68 - j28.46					-0.89 + j9.92		-1.79 + j19.84
			7.46 - j99.44				-7.46 + j99.44		
							11.92 - j147.96		-3.57 + j39.68
									9.09 - j108.58
	-3.73 + j49.72								
		-1.79 + j19.84							

Bus	Input Data
1	$V_1 = 1.0, \delta_1 = 0$
2	$P_2 = P_{G2} - P_{L2} = -8$
3	$Q_2 = Q_{G2} - Q_{L2} = -2.8$
4	$V_3 = 1.05$
5	$P_3 = P_{G3} - P_{L3} = 4.4$
	$P_4 = 0, Q_4 = 0$
	$P_5 = 0, Q_5 = 0$

**TABLE 6.4**

Input data and unknowns for Example 6.9

## 6.10 직류 조류계산(The "DC" POWER FLOW)



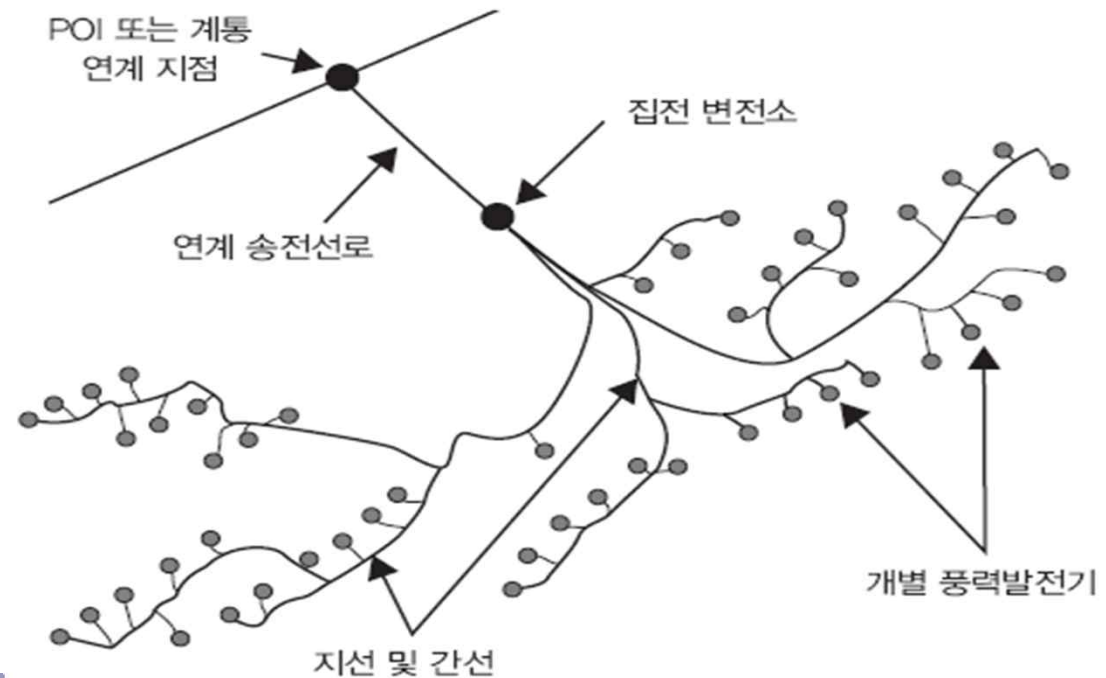


## 6.11 풍력 발전의 전력 조류 모델링

▣ 풍력 발전기의 용량 : 1~3 MW(동기 발전기의 용량 : 수 백 MW)

▣ 풍력 발전기의 발전 전압 : 600 V

▣ 풍력 단지



## 6.11 풍력 발전의 전력 조류 모델링

### ▣ 풍력 발전기의 형태

형태 1 : 농 형 유도 발전기 → PQ 모션으로 모델링

형태 2 : 원통형 유도 발전기 →: 특성 형태 1과 동일(회전자의 저항 조절 가능)

형태 3 : 이중여자 비 동기 발전기(DFAGs)

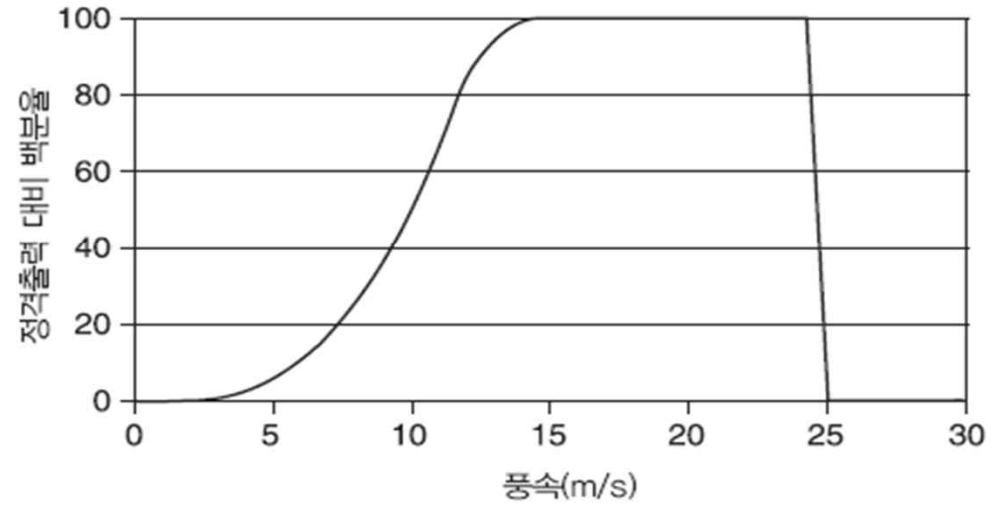
이중여자 유도 발전기(DFAGs) → PV 모션으로 모델링

형태 4 : 비동기 발전기 → PV 모션으로 모델링

◆ 풍력 발전기의 유효전력 출력 : 조류계산에서 상수값으로 지정(그림 6-16)

## 6.11 풍력 발전의 전력 조류 모델링

그림 6.16 | 일반적인 풍속 대비 출력 곡선



# Questions

THANK  
YOU!

