6. Limits of Extrinsic Doping and Low Injection

$$D' = \frac{D_n D_p (n + p)}{D_n n + D_p p} = \frac{D_n D_p (n_o + \delta n + p_0 + \delta p)}{D_n (n_o + \delta n) + D_p (p_0 + \delta p)}$$

$$If \;\; p\text{-}type \; semiconductor, \;\; p_o >> n_o$$

$$If \;\; low \; level \;\; injection, \;\; \delta p << p_o$$

$$D' \approx D_n$$

$$\therefore \;\; \mu' = \frac{\mu_n \mu_p (p_o + \delta p - n_o - \delta n)}{\mu_n (n_o + \delta n) + \mu_p (p_o + \delta p)} \approx \mu_n$$

- Extrinsic p형 반도체가 low-level injection일 때 ambipolar diffusion 계수와 ambipolar mobility 계수는 상수(constant)인 minority carrier (electron)의 parameter로 귀착

- Low-level injection 조건의 n형 반도체의 경우, 비슷한 방법으로

$$p_o << n_o \;\; , \;\; \delta n << n_o \quad \rightarrow \quad D' = D_p \;\; , \;\; \mu' = -\mu_p$$

- $\frac{1}{\tau_{nt}}\left(\frac{1}{\tau_{pt}}\right)$: 전자(정공)가 정공(전자)과 만나 재결합할 단위시간당 확률

- **Low level injection 조건에서의 extrinsic p형 반도체**
  - majority carrier hole의 농도는 본질적으로 일정
  - 단위시간당 minority carrier electron이 majority carrier hole을 만나는 확률도 기본적으로 일정
  - 따라서, $1/\tau_{nt} = 1/\tau_n$ (여기서 τ_n은 minority carrier electron의 수명) = 일정

- **Low level injection 조건에서의 extrinsic n형 반도체**
  - minority carrier hole의 수명, $1/\tau_{pt}=1/\tau_p$ =일정
  - minority carrier hole 농도가 크게 증가

  → 단위시간당 majority carrier electron이 hole을 만날 확률 크게 증가

  → majority carrier 수명 크게 변화

- 전자에 대해 $$g - R = g_n - R_n = \left(G_{no} + g_n^{'}\right) - \left(R_{no} + R_n^{'}\right)$$

  thermal equilibrium excess

  $$Thermal\ \ equilibrium \rightarrow G_{no} = R_{no} \rightarrow g - R = g_n^{'} - R_n^{'} = g_n^{'} - \frac{\delta n}{\tau_n}$$

- 정공에 대해 $$g - R = g_p - R_p = \left(G_{po} + g_p^{'}\right) - \left(R_{po} + R_p^{'}\right)$$

  thermal equilibrium excess

  $$Thermal\ \ equilibrium \rightarrow G_{po} = R_{po} \rightarrow g - R = g_p^{'} - R_p^{'} = g_p^{'} - \frac{\delta p}{\tau_p}$$

- excess 전자의 생성 비율은 excess 정공의 생성 비율과 같아야 하므로 **$g' = g_n' = g_p'$**
- **Low level injection 조건의 p형 반도체**

$$D_n \frac{\partial^2 (\delta n)}{\partial x^2} + \mu_n E \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} + g' - \frac{\delta n}{\tau_{no}} = \frac{\partial(\delta n)}{\partial t}$$

where τ_{no} is minority carrier life time under low-level injection

- **Low level injection 조건의 n형 반도체**

$$D_p \frac{\partial^2 (\delta p)}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} + g' - \frac{\delta p}{\tau_{po}} = \frac{\partial(\delta p)}{\partial t}$$

where τ_{po} is minority carrier life time under low-level injection

- **excess majority carriers 움직임은 minority carriers의 파라미터에 의해 결정**된다

Table 6.2 | Common ambipolar transport equation simplifications

Specification	Effect
Steady state	$\frac{\partial(\delta n)}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial(\delta p)}{\partial t} = 0$
Uniform distribution of excess carriers (uniform generation rate)	$D_n \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} = 0, \quad D_p \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} = 0$
Zero electric field	$\mathrm{E}\frac{\partial(\delta n)}{\partial x} = 0, \quad \mathrm{E}\frac{\partial(\delta p)}{\partial x} = 0$
No excess carrier generation	$g' = 0$
No excess carrier recombination (infinite lifetime)	$\frac{\delta n}{\tau_{n0}} = 0, \quad \frac{\delta p}{\tau_{p0}} = 0$

- [예제1]
  - 반도체가 열적 평형상태로 갈 때 시간에 따른 excess carrier 움직임을 결정하라.
  - (조건) 1. 무한히 큰 크기의 homogeneous한 n형 반도체
    2. 외부에서 가해진 전계 = 0
    3. t=0에서 excess carrier가 균일하게 발생
    4. t > 0 조건에서 g'=0
    5. low level injection

[해답]

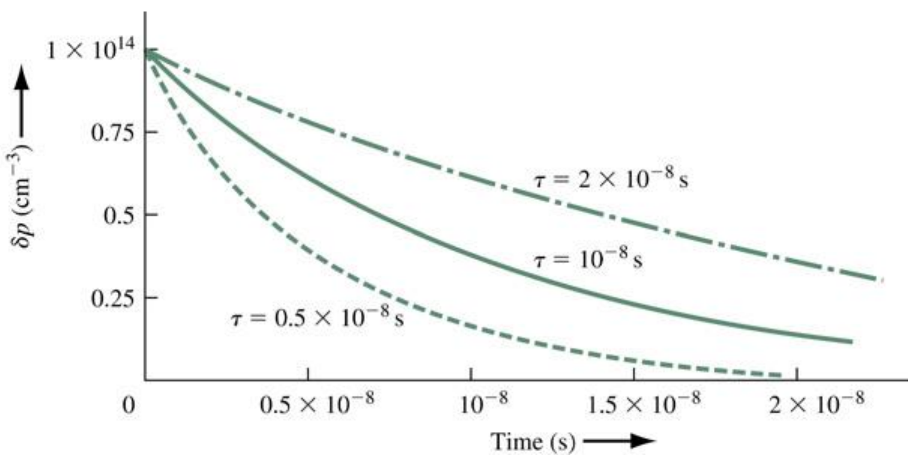
$$D_p \frac{\partial^2(\delta p)}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} + g' - \frac{\delta p}{\tau_{po}} = \frac{\partial(\delta p)}{\partial t}$$

$$\text{uniform concentration} \rightarrow \frac{\partial^2(\delta p)}{\partial x^2} = \frac{\partial(\delta p)}{\partial x} = 0$$

$$when\ t > 0,\ g' = 0 \rightarrow \frac{\partial(\delta p)}{\partial t} = --\frac{\delta p}{\tau_{po}}$$

$$\therefore \delta p(t) = \delta p(0) e^{-t/\tau_{po}}$$

$$\delta n(t) = \delta p(0) e^{-t/\tau_{po}} \quad \text{(charge neutrality)}$$



"The excess electrons and holes recombine at the rate determined by the excess minority carrier hole lifetime in the n-type semiconductor."

- [예제2] excess carrier 농도의 공간상 분포를 결정하라.
  - (조건) 1. 무한히 넓은 homogeneous p형 반도체
    2. x=0에서 excess carrier 발생
    3. 외부에서 인가된 전계 또는 전압 = 0

[해답]

$$D_n \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} + \mu_n E \frac{\partial(\delta n)}{\partial x} + g' - \frac{\delta n}{\tau_{no}} = \frac{\partial(\delta n)}{\partial t}$$

$$From\ assumptions,\ E = 0,\ g' = 0\ \ for\ x \neq 0$$

$$For\ steady\ state,\ \frac{\partial(\delta n)}{\partial t} = 0$$

$$\therefore D_n \frac{\partial^2(\delta n)}{\partial x^2} - \frac{\delta n}{\tau_{no}} = 0$$

$$\frac{d^2(\delta n)}{dx^2} - \frac{\delta n}{D_n \tau_{no}} = \frac{d^2(\delta n)}{dx^2} - \frac{\delta n}{L_n^2} = 0$$

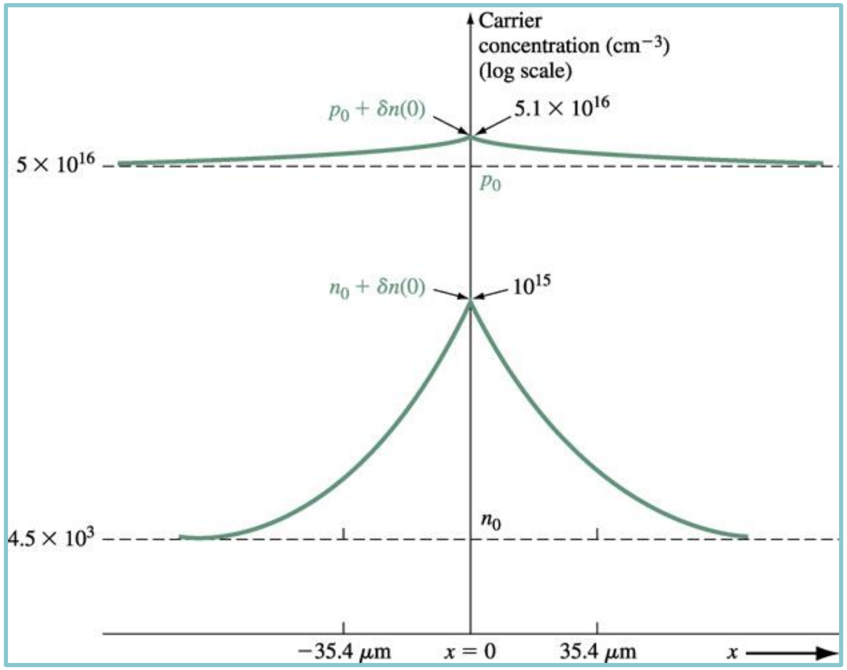
$where\ L_n^2 = D_n \tau_{no}$, minority carrier *diffusion length*

$$\therefore \delta n(x) = Ae^{-x/L_n} + Be^{x/L_n}$$

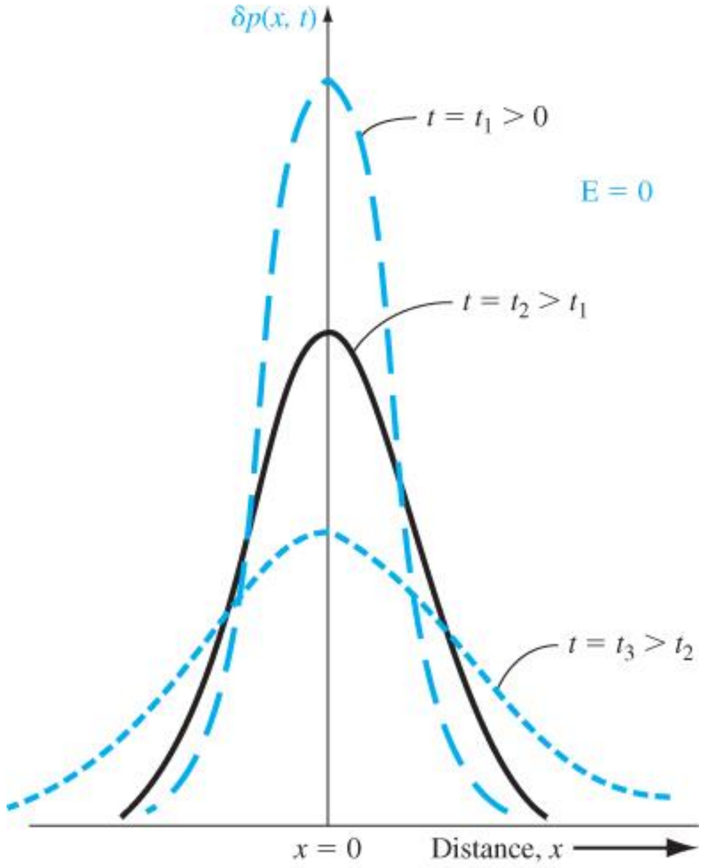
$$\delta n(\infty) = 0,\ \ B = 0$$

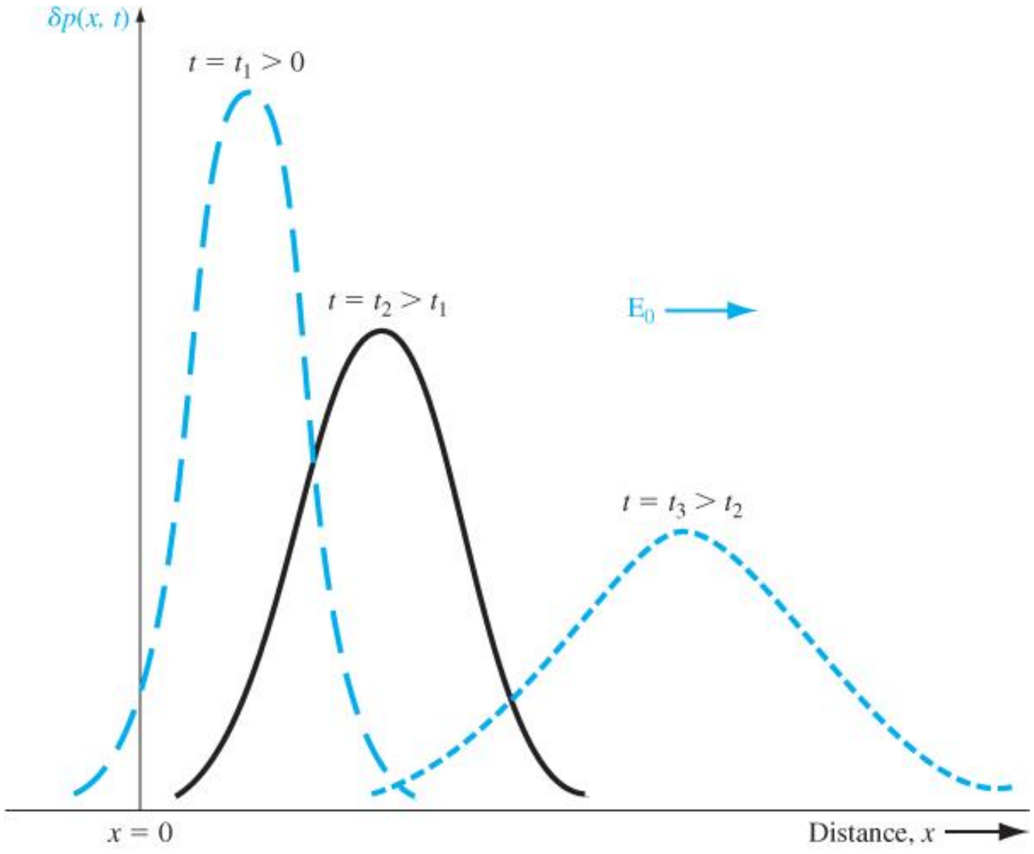
$$\delta n(0) = A \rightarrow \delta n(x) = \delta n(0) e^{-x/L_n} \quad for\ x \geq 0$$

$$\delta n(x) = \delta n(0) e^{x/L_n} \quad for\ x \leq 0$$



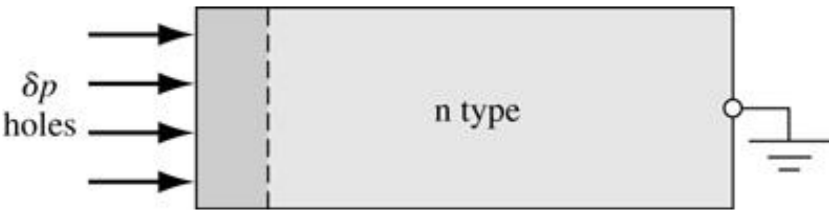
excess minority hole concentration in the n-type semiconductor





7. Dielectric Relaxation Time Constant

- n형 반도체에 δp가 갑자기 인가



$$Poisson\ equation:\ \nabla \cdot \mathrm{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$Ohm's\ law:\ \mathrm{J} = \sigma \mathrm{E}$$

$$Continuity\ equation:\ \nabla \cdot \mathrm{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathrm{J} = \sigma\ \nabla \cdot \mathrm{E} = \frac{\sigma \rho}{\varepsilon}$$

$$\therefore \frac{\sigma \rho}{\varepsilon} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \Rightarrow -\frac{d\rho}{dt} + \left(\frac{\sigma}{\varepsilon}\right)\rho = 0 \rightarrow \rho(0)e^{-(t/\tau_d)}$$

  - 여기서 $\tau_d=(\varepsilon/\sigma)$는 dielectric relaxation time constant 이며, sub-psec 정도의 값을 가짐
  - 일반적으로 excess carrier의 수명은 0.1 us 수준

- **dielectric relaxation time constant ?**
  - charge neutrality를 얼마나 빨리 회복하느냐의 척도
  - 순간적으로 bulk로 부터 전자들을 끌어와서 neutralize 시키는 정도를 나타냄

8. Quasi-Fermi Energy Levels

- Excess carrier가 반도체에서 발생
  - 열적평형상태 (x), Fermi energy 정의 (x)
  - 새로운 Fermi energy 정의 필요 → **quasi-Fermi level**
- 열적 평형 상태에서

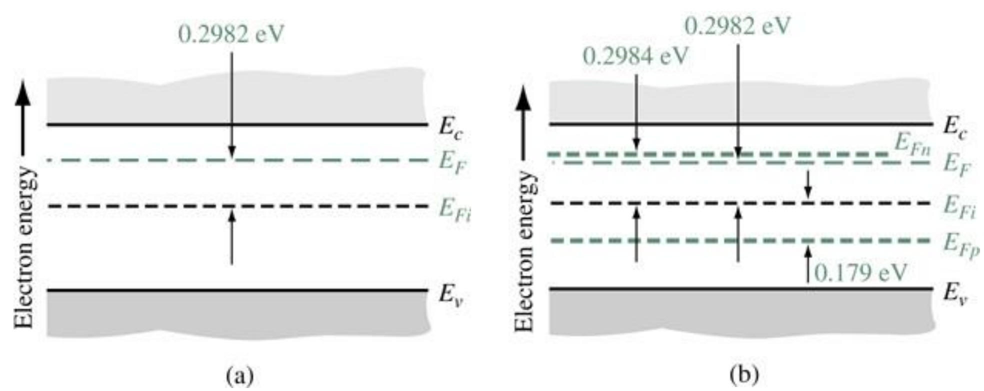
$$n_o = n_i \cdot \exp\left(\frac{E_F - E_{Fi}}{kT}\right)$$

$$p_o = n_i \cdot \exp\left(\frac{E_{Fi} - E_F}{kT}\right)$$

- 열적 비평형 상태에서

$$n_o + \delta n = n_i \cdot \exp\left(\frac{E_{Fn} - E_{Fi}}{kT}\right)$$

$$p_o + \delta p = n_i \cdot \exp\left(\frac{E_{Fi} - E_{Fp}}{kT}\right)$$



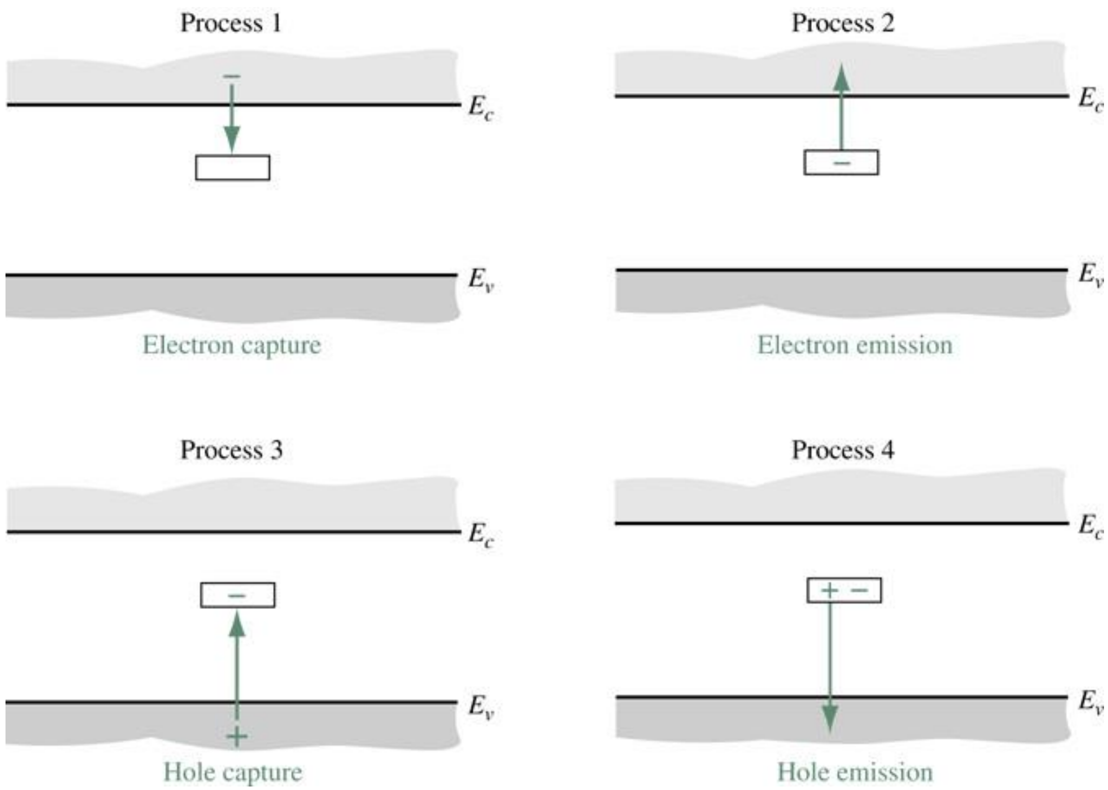
(a) $N_d=10^{15}cm^{-3}$, $n_i=10^{10}cm^{-3}$ 조건에서의 열적평형상태
(b) $10^{13}cm^{-3}$의 excess 캐리어가 존재할 때의 quasi-Fermi 레벨

여기서 E_{Fn}과 E_{Fp}는 quasi-Fermi 에너지 레벨

8. Excess Carrier Lifetime

Carrier의 평균 수명은 **Shockley-Read-Hall의 재결합(recombination) 이론**으로부터 결정될 수 있다

- forbidden-energy band 에서의 defect states → 재결합에 영향 → τ_{no}, τ_{po} 에 영향
- forbidden 밴드갭 안에서의 허용된 에너지 상태 (trap)은 recombination center 의 역할
- **acceptor-type trap 에 관련된 4가지 기본 천이과정** (acceptor-type trap: negatively charged with electron)
  - Process 1 : 처음에 비어있는 neutral trap에 의해 conduction band로부터 전자를 capture
  - Process 2 : 과정1의 반대과정으로 처음에 trap을 채우고 있던 전자가 conduction band로 다시 방출
  - Process 3 : 전자를 포함하고 있는 trap이 valence band로부터 정공을 capture (valence band로의 전자방출로 생각 가능)
  - Process 4 : 과정3의 역과정. neutral trap으로부터 valence band로 정공의 방출 (또는 valence band로부터 전자의 capture)



☞ **pp. 223~224의 수식 전개 따라가보기**

- $E=E_t$ 에 있는 recombination center에 의한 전자와 정공의 recombination rate는 다음의 식으로 주어진다

$$R_n = R_p = R = \frac{C_n C_p N_t \left(np - n_i^2\right)}{C_n\left(n+n'\right)+C_p\left(p+p'\right)}$$

- 여기서 C_n은 전자의 capture rate에 비례하는 상수이고 C_p는 정공의 capture rate에 비례하는 상수임.
  N_t는 trapping center의 전체 농도를 의미함
- 열적평형상태 : **$np=n_op_o=n_i^2$ → $R_p=R_n=0$**
- R_n, R_p는 excess carrier의 recombination rate 이므로, **$R=\delta n/\tau$**

Limits of Extrinsic Doping and Injection

- Low injection 조건의 n형 반도체에서 $\mathbf{n_o >> p_o}$, $\mathbf{n_o >> \delta p}$, $\mathbf{n_o >> n'}$, $\mathbf{n_o >> p'}$

- $\mathbf{n_o >> n'}$, $\mathbf{n_o >> p'}$ → trap 에너지 레벨이 밴드갭의 중간 근처에 있다는 의미

$$R \approx C_p N_t \delta p = \frac{\delta n}{\tau} \equiv \frac{\delta p}{\tau_{po}} \quad where \quad \tau_{po} = \frac{1}{C_p N_t}$$

capture rate of minority carrier hole

  - N_t 증가 → excess carrier recombination 확률 증가 → excess carrier lifetime 감소

- 비슷한 방법으로, p형 반도체를 생각하면 low injection 조건에서

$$\tau_{no} = \frac{1}{C_n N_t}$$

capture rate of minority carrier electtron

- 결론적으로 **extrinsic 반도체에서 excess carrier lifetime은 low injection 조건하에서 minority carrier lifetime으로 귀착**됨

Intrinsic 반도체에서의 excess carrier lifetime

$$R = \frac{C_n C_p N_t \left(np - n_i^2\right)}{C_n\left(n+n'\right) + C_p\left(p+p'\right)} = \frac{np - n_i^2}{\tau_{po}\left(n+n'\right) + \tau_{po}\left(p+p'\right)}$$

$$Intrinsic\ semiconductor \quad \rightarrow \quad n = n_i + \delta n \quad , \quad p = n_i + \delta n$$

$$R = \frac{2\delta n \cdot n_i + \left(\delta n\right)^2}{\left(2n_i + \delta n\right)\left(\tau_{no} + \tau_{po}\right)}$$

Very $Low\ level\ injection\ condition \quad \rightarrow \quad \delta n \ll 2n_i$

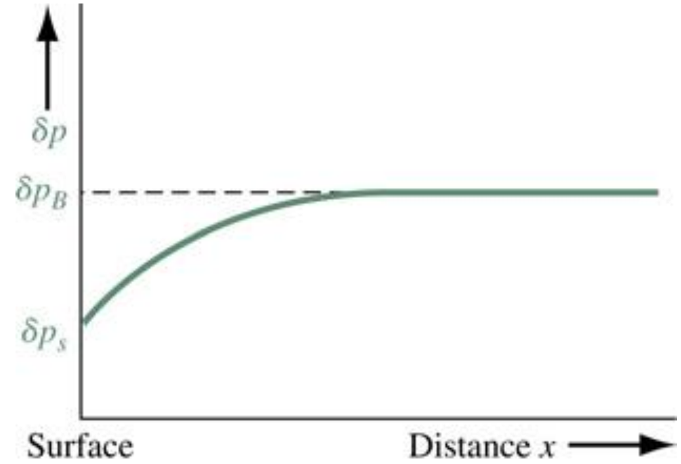
$$R \approx \frac{2\delta n \cdot n_i}{2n_i\left(\tau_{no} + \tau_{po}\right)} = \frac{\delta n}{\tau_{no} + \tau_{po}} = \frac{\delta n}{\tau}$$

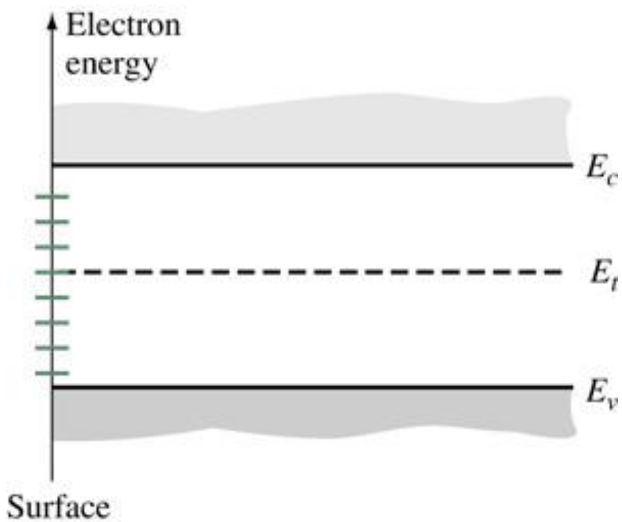
$$where \quad \tau = \tau_{no} + \tau_{po}$$

'반도체가 extrinsic 에서 intrinsic으로 갈수록 minority carrier lifetime은 길어짐'

9. Surface Effects

- 반도체가 갑자기 종단되었을 때 crystal periodicity는 사라짐
  - 밴드갭 내에 허용된 전자 에너지 상태를 형성





$\tau_{pos} < \tau_{po} \rightarrow \delta_{ps} < \delta_{pB}$

homogeneous and steady-state condition

: G = R, R = R_s

표면에서의 trap 밀도 > bulk 에서의 trap 밀도

$$@\ surface\ :\ R_s = \frac{\delta p_s}{\tau_{pos}}\quad ,\quad in\ bulk\ :\ R = \frac{\delta p_B}{\tau_{po}}$$

[Example 6.9]

conditions : **n-type semiconductor**

$\delta p_B = 10^{14}$ cm^{-3} and $\tau_{po} = 10^{-6}$ s in the bulk

$\tau_{pos} = 10^{-7}$ s at the surface

assume zero applied electric field and let $D_p = 10$ cm^2/s

Determine the steady-state excess carrier concentrations as a function of distance from the surface of a semiconductor

[Solution]

$$\frac{\delta p_B}{\tau_{po}} = \frac{\delta p_s}{\tau_{pos}}$$

$$\delta p_s = \delta p_B \frac{\tau_{pos}}{\tau_{po}} = 10^{14}\left(\frac{10^{-7}}{10^{-6}}\right) = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$$

$$D_p \frac{d^2(\delta p)}{dx^2} + g' - \frac{\delta p}{\tau_{po}} = 0$$

where steady-state generation rate in the bulk is $g' = \frac{\delta p_B}{\tau_{po}} = \frac{10^{14}}{10^{-6}} = 10^{20} \text{ cm}^{-3} s^{-1}$

The solution is

$$\delta p(x) = g'\tau_{po} + Ae^{x/L_p} + Be^{-x/L_p}$$

$$\text{As } x \to \infty,\ \delta p(x) = \delta p_B = g'\tau_{po} = 10^{14} \text{ cm}^{-3} \to A = 0$$

$$\text{At } x = 0,\ \delta p(0) = \delta p_s = 10^{14} + B = 10^{13} \to B = -9 \times 10^{13}$$

$$\therefore \delta p(x) = 10^{14}\left(1 - 0.9e^{-x/L_p}\right) \text{ where } L_p = \sqrt{D_p \tau_{po}} = \sqrt{10 \times 10^{-6}} = 31.6\ \mu m$$