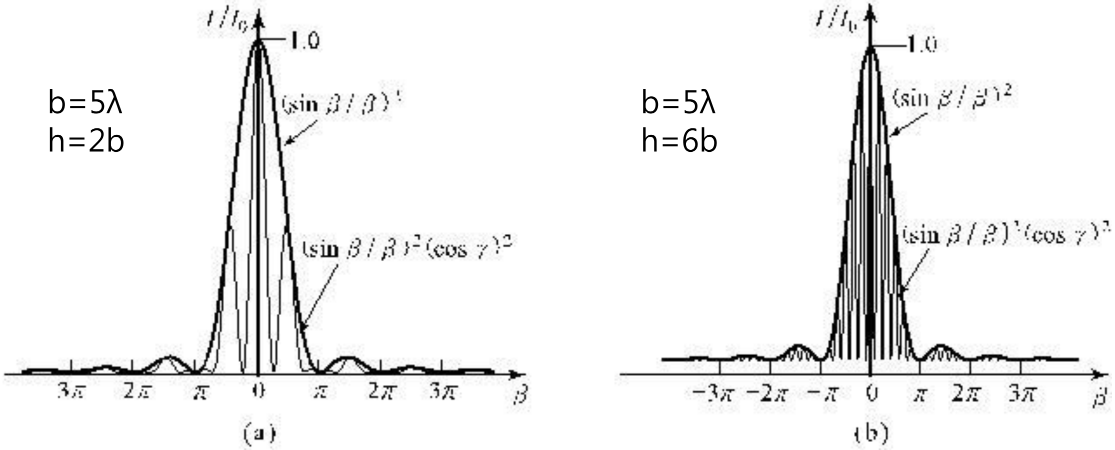
스크린 위에서 얻어지는 빛의 세기 분포



회절무늬의 모양은 이중 슬릿 조리개에서 슬릿의 폭 b와 슬릿사이의 간격 h에 의해서 결정된다.

① 큰 무늬의 세기가 최소가 되는 점 : $\beta = \pm m\pi \quad (m = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

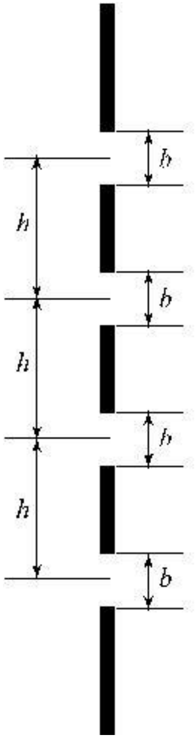
$$\frac{1}{2}kb\sin\theta_m = \beta = m\pi\ ,\quad b = \frac{m\lambda}{\sin\theta_m}$$: 슬릿의 폭 ⇒ 회절 효과

② 작은 무늬의 세기가 최대가 되는 점 : $\gamma = \pm m'\pi \quad (m' = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

$$\frac{1}{2}kh\sin\theta_{m'} = \gamma = m'\pi\ ,\quad h = \frac{m'\lambda}{\sin\theta_{m'}}$$: 슬릿의 간격 ⇒ 간섭 효과

⑥ 다중 슬릿 조리개(회절격자) 의한 프라운호퍼 회절

슬릿의 폭이 b이고, 슬릿 사이의 거리가 h인 슬릿들이 N개 모여서 이뤄진 다중 슬릿을 고려.



총 N개의 슬릿

이 경우에 회절적분의 계산은 이중슬릿의 경우와 비슷하게 행해진다. 즉,

$$\int_A e^{iky\sin\theta}dy = \int_0^b + \int_h^{h+b} + \int_{2h}^{2h+b} + \cdots + \int_{(N-1)h}^{(N-1)h+b} e^{iky\sin\theta}dy$$

$$= \frac{e^{ikb\sin\theta}-1}{ik\sin\theta}[1+e^{ikh\sin\theta}+\cdots+e^{ik(N-1)\sin\theta}]$$

$$= \frac{e^{ikb\sin\theta}-1}{ik\sin\theta}\cdot\frac{1-e^{ikNh\sin\theta}}{1-e^{ikh\sin\theta}}$$

$$= b\frac{e^{i\beta}(e^{i\beta}-e^{-i\beta})}{2\beta i}\cdot\frac{e^{iN\gamma}(e^{-iN\gamma}-e^{iN\gamma})}{e^{i\gamma}(e^{-i\gamma}-e^{i\gamma})}$$

$$= be^{i\beta}e^{i(N-1)\gamma}\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)\left(\frac{\sin N\gamma}{\sin\gamma}\right) \qquad (11.2.16)$$

$$\beta = \frac{1}{2}kb\sin\theta\ , \quad \gamma = \frac{1}{2}kh\sin\theta$$

회절된 빛의 세기 분포는

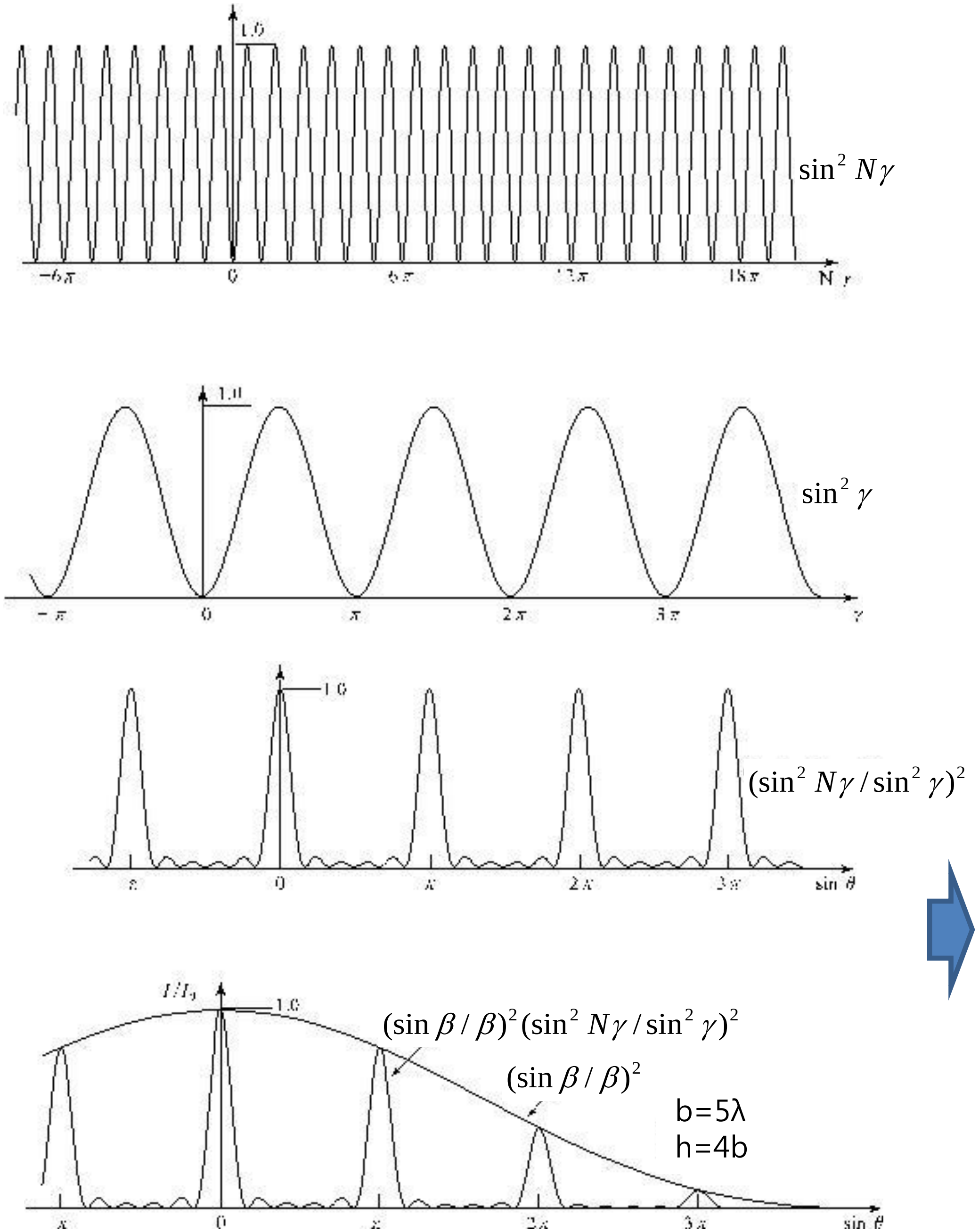
$$I = I_0\left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2\left(\frac{\sin N\gamma}{N\sin\gamma}\right)^2 \qquad (11.2.17)$$

$$I_0 = 4b^2N^2$$

N은 슬릿의 수이며 규격화를 위해 도입된 상수로서
θ=0일 경우에 $I=I_0$로 만들어주는 인자이다.

$(\sin\beta/\beta)^2$은 회절효과
$(\sin N\gamma/N\sin\gamma)^2$ 은 간섭효과를 나타낸 것이다.

θ→0이면, β→0, γ→0이 되므로 $I = I_0\left(\frac{\beta}{\beta}\right)^2\left(\frac{N\gamma}{N\gamma}\right)^2 = I_0$



식 (11.12.17)에 의하면 단일 슬릿 인자($\sin\beta/\beta$)는
회절 무늬의 포락선(envelope)로서 나타나며,
회절 무늬는 슬릿의 폭(=b)에 의해서 주기가 결정되는
큰 무늬 속에 주기가 빠른 무늬가 규칙적으로 배열된 모습

큰 무늬는 $\gamma = n\pi \quad (n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ 일 때 나타나며 이를
주요 극대점(principal maxima)이라 한다.

$$\frac{1}{2}kh\sin\theta = n\pi, h = \sin\theta = n\lambda$$

여기서, h는 격자 사이의 간격
n은 회절 차수

파장과 회절각 사이의 관계
⇒ **격자공식 (grating formula)**

2차 극대(secondary maxima)는

$$N\gamma = 3\pi/2,\ 5\pi/2,\ 7\pi/2,\ \cdots$$

회절무늬가 최소가 되는 곳은

$$N\gamma = m\pi \quad (m = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

N=6인 경우에 일어나는 회절 현상을 단계적으로 나타낸 것이다.
$\gamma = 3\pi/12,\ 5\pi/12,\ 7\pi/12,\ \cdots$ 인 곳에서는 2차 극대가 나타나며,
$\gamma = \pi/6,\ 2\pi/6,\ 3\pi/6,\ \cdots$ 인 곳에서 회절된 빛의 세기는 최소다.
즉 슬릿의 수가 6개인 회절격자는 5개의 최소값을 가지며,
주 극대점에서 주 극대점까지는 6개의 최대값을 갖는다

⑦ 회절격자

☞ 평면유리나 오목한 금속판에 **수많은 평행 홈(paralell groove)을 같은 간격으로 그어** 입사하는 빛의 위상, 진폭 또는 위상과 진폭이 동시에 주기적 변화를 가져오도록 하는 광학소자

☞ 파장(또는 진동수)에 따라 빛을 분리하는데 사용

작동법에 따라	투과형 반사형

제작방법에 따라	새김 격자(ruled grating) 홀로그래픽 격자(holographic grating)

새김 격자

경사각 가공기(ruling engine)에 장치된 다이아몬드로 반사성 표면에 물리적으로 홈을 만드는 방법.

홀로그래픽 격자

평면 유리판(사용파장의 1/10정도의 평편도) 위에 빛에 잘 반응하는 광 감응성 물질을 코팅한 후에 레이저의 간섭무늬를 쪼여 보강간섭이 일어나는 부분에 있는 광 감응성 물질은 제거하고 소멸간섭이 일어나는 부분은 남겨두는 광식각(photolithographic process) 방법을 이용하여 제작한다

① 새김격자는 홀로그래픽 격자보다 효율이 좋아 형광 여기 및 빛에 의한 유도반응과 같은 실험에 주로 사용.

② 홀로그래픽 격자는 고유의 낮은 떠돌이 빛(stray light) 때문에 신호와 잡신호의 비율이 아주 중요한 라만분광과 같은 응용에 보다 적합

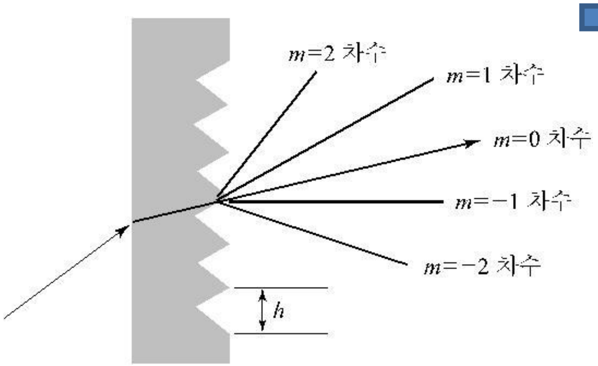
→ 인접한 홈 사이의 간격 및 홈들이 기판과 이루는 각도는 파장에 따른 빛의 분산 및 격자의 효율에 영향을 미친다.

→ 입사하는 빛의 파장이 홈들 사이의 간격에 비하여 훨씬 작다면, 회절은 일어나지 않는다.

→ 반사형 회절격자의 경우에 입사하는 빛의 파장이 홈의 넓이(groove spacing)보다 훨씬 작은 경우에 홈의 면들은 일반거울과 같이 작용하므로 회절은 일어나지 않는다. 물론 이러한 현상은 투과형 격자의 경우에도 성립한다.

회절격자는 투과형과 반사형이 있으며, 이들의 작동에 대해서 간단히 알아보자.

투과형 회절격자



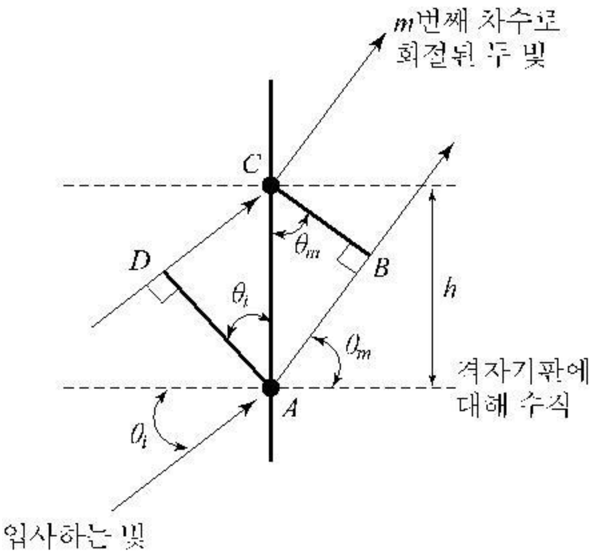
격자사이의 간격, 즉 격자상수가 d, 입사각이 θ_i, 그리고 m - 차수로 회절된 빛의 회절각이 θ_m인 투과형 격자를 나타낸 것이며, 입사각과 회절각의 기준은 격자기판에 대한 수직선이다.

인접한 두 광선에 의한 경로차

$$\Delta l = \overline{CD} - \overline{AB} = h(\sin\theta_i - \sin\theta_m)$$

인접한 두 광선이 보강간섭을 일으키기 위해서는 Δl이
회절된 빛 파장(λ)의 정수배가 되어야 함.

$$h(\sin\theta_i - \sin\theta_m) = m\lambda \quad (m = 0,\ \pm1,\ \pm2,\ \pm3,\ \cdots)$$



$m = 0$는 간섭무늬의 "0"차수로서
$\theta_i = -\theta_m$ 의 관계가 성립되고
회절각이 파장에 무관함으로
여러 파장이 섞인 빛을 파장에 따라
분리하고자 하는 분광에는 사용될 수 없다.

회절광선은 "0"차수 광선을 중심으로 양쪽에 생기므로

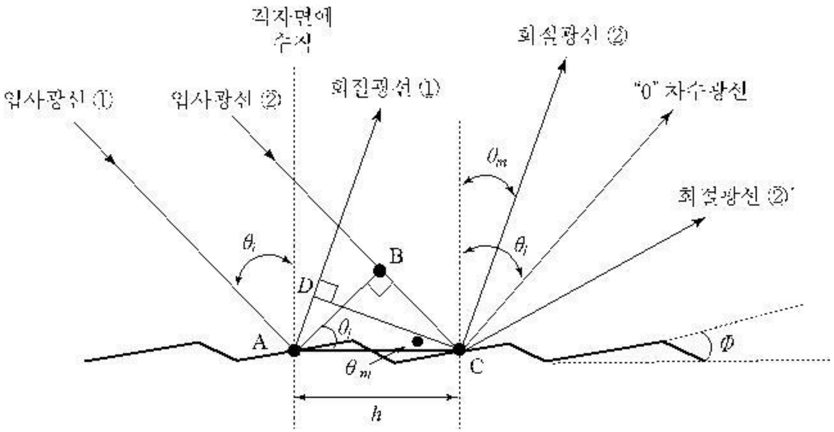
$$h(\sin\theta_i \pm \sin\theta_m) = m\lambda \quad (m = 0,\ \pm1,\ \pm2,\ \pm3,\ \cdots)$$

회절격자 공식

☞ 특정 차수(m)와 입사각에 대하여, 파장이 다르면 회절각이 달라지므로
회절격자는 여러 파장이 섞인 빛을 **파장별로 분리하는 기능**을 하게 된다.

☞ 격자가 완전히 투명한 경우에 격자를 통하여 나오는 빛에서의 진폭 변조는 거의 무시되나,
격자에서의 광학적 두께의 규칙적 변화는 위상의 변화를 가져오게 되므로 이러한 유형의 격자를 **투과 위상 격자**라고 한다.

반사형 회절격자



입사광선 ②는 입사광선 ①에 비하여 BC의 길이($= h\sin\theta_i$)만큼 더 먼 거리를 진행하여 격자에 도달한다. 하지만 회절된 후에는 회절광선 ①이 길이 AD ($= h\sin\theta_m$)만큼 회절광선 ②보다 더 먼 거리를 이동하여 관측점에 도달하므로 이웃하는 두 격자에 도달하여 회절된 후에 임의의 관측점에 도달한 두 빛의 실제 광 경로차는 BC의 길이에서 AD 길이를 뺀 값이 된다.

인접한 두 광선에 의한 광 경로차

$$\Delta l = \overline{BC} - \overline{AD} = h(\sin\theta_i - \sin\theta_m)$$

회절광선 ①과 ②가 보강간섭을 일으킬 조건은
두 빛의 광 경로차가 회절된 빛 파장의 정수배이므로

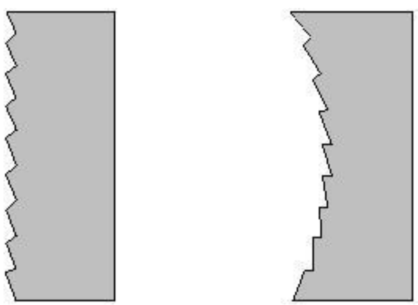
$$h(\sin\theta_i - \sin\theta_m) = m\lambda \quad (m = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ \cdots)$$

회절광선은 "0"차수 광선을 중심으로 양쪽에 생기므로

$$h(\sin\theta_i \pm \sin\theta_m) = m\lambda \quad (m = 0,\ \pm 1,\ \pm 2,\ \pm 3,\ \cdots)$$

회절격자 공식

h : 격자 상수로 이웃하는 격자사이의 간격,
λ : 회절된 빛의 파장,
θ_i : 격자에 수직한 방향으로부터 측정한 입사각,
m : 간섭 무늬의 차수,
θ_m : 격자에 수직한 방향으로부터 측정한 회절된 빛의 방향



평면형　　　　오목형 회절격자

☞ 대부분의 분광기에 사용되는 회절격자는 반사형이며, 평면이나 오목한 곡면에 만들어진다.
평면형 격자는 평행광을 만들기 위한 렌즈 또는 초점렌즈나 거울의 사용이 요구
오목형 격자는 빛을 스펙트럼으로 분산시키는 기능 외에
평행광을 만들거나 초점을 맞추는 기능을 가진다.

⑧ 격자의 분해능

단일 파장이 아닌 여러 성분의 파장을 가지는 빛이 회절격자에 입사할 경우에 이를 **정밀하게 분리해 낼 수 있는 능력**

분해능(resolving power) $\mathrm{RP} = \dfrac{\lambda}{\Delta\lambda_{\min}}$ (11.2.24)

$\Delta\lambda_{\min}$: 레일리 기준에 의해 분리해 낼 수 있는 두 파장 사이의 최소 간격

회절격자에 대한 공식 $h(\sin\theta_i \pm \sin\theta_m) = m\lambda$ 에서 양변을 파장 λ에 대해서 미분하여 정리하면,
입사각(θ_i)은 모든 차수에 대해 항상 일정하므로

$$\frac{d\theta_m}{d\lambda} = \frac{m}{h\cos\theta_m} \quad (11.2.25)$$

$d\theta_m / d\lambda$ 는 m차수로 회절된 빛에 대한 각 분산(angular dispersion)으로
m이 커지면 회절각θ_m 이 커지게 되어(그림 11.21으로부터 회절차수 m이 커짐에 따라 회절된 빛은 격자에 수직한 방향으로부터 멀어지게 되어 회절각이 증가한다.) 식 (11.2.24)의 분모 값은 작아지므로 각 분산은 커지게 된다.
따라서 **같은 회절격자를 사용한다 하더라도 낮은 차수보다는 높은 차수의 회절된 빛을 사용하게 되면 분해능은 높아지게 된다.**

N개의 다중 슬릿 조리개로 구성된 회절격자에서 회절무늬가 극소값을 가지는 곳은
식 (11.2.19)에 의해 $N\gamma = \pi,\ 2\pi,\ 3\pi,\ \cdots,\ (N-1)\pi$일 때이므로 레일리 기준에 의하여 간신히 구별될 수 있는
최소 각도 폭(angular width: $\Delta\gamma$)은 $\Delta\gamma = \pi / N$
$\gamma = \frac{1}{2}kh\sin\theta_m$ 에서 $\Delta\gamma = \frac{1}{2}kh\cos\theta_m\Delta\theta$ 이므로 $\Delta\gamma = \pi / N$, $k = 2\pi/\lambda$을 이용하면

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nh\cos\theta_m} \quad (11.2.26)$$

$m\lambda = h\sin\theta_m$를 미분하면 $\Delta\lambda = \dfrac{h\cos\theta_m \Delta\theta}{\Delta\lambda_{\min}}$

분해능에 대한 레일리 정의를 이용한 회절격자의 분해능은

$$\mathrm{RP} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{\min}} = Nm \quad (11.2.27)$$

분해능이 빛이 통과한 면의 전체 격자 수(N)에다 회절 차수를 곱한 것과 같음을 알 수 있다.
여기서, λ_m은 레일리 기준에 의해서 분리될 수 있는 두 스펙트럼 성분의 최소 파장 간격이다.

회절격자를 이용하여 분광을 하는 경우 회절격자의 단면적이 크고, 단위 길이 당 새겨진 격자의 수가 많을수록 분해능은 높아진다. 하지만, 회절차수가 커지면 분해능은 높아지나 빛의 양은 줄어들게 되어 검출하기가 어려워진다. 따라서 사용 중인 빛의 양 및 원하는 분해능에 따라서 회절되는 빛의 차수를 결정하게 된다.

예

분광기에 사용되는 대표적인 회절격자는 600 lines/mm로서 전체 격자의 폭이 10cm 정도이다.
따라서 총 격자의 수는 60,000이며,
이론상의 분해능은 60,000 m으로서 1차 회절을 이용할 경우에 분해능은 60,000이다.
이의 **물리적 의미**를 알아보기 위해서 사용 중인 빛의 파장이 λ=500 nm라고 가정하고
식 (11.2.27)에 의해서 1차 회절의 분해능을 구하면

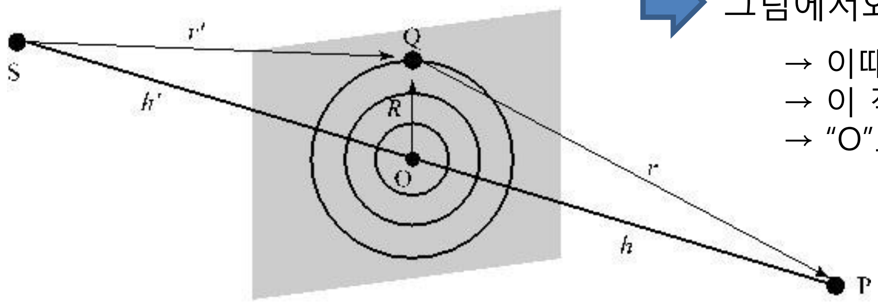
$$\mathrm{RP} = \frac{500\ \mathrm{nm}}{\Delta\lambda_{\min}} = 60000 \quad \Rightarrow \quad \Delta\lambda_{\min} = \frac{60000}{500\ \mathrm{nm}} = 0.00833\ \mathrm{nm}$$

0.00833 nm만큼 파장의 차이를 갖는 두 빛의 (파장의) 분해가 가능하다.
물론 2차 회절된 빛을 사용할 경우에 분해능은 2배로 증가되어 0.00416 nm만큼 떨어진 두 빛의 분리가 가능하다.
하지만 위에서 언급하였듯이 2차 회절을 이용하는 경우에 빛의 세기는 1차 회절에 비해서 많이 줄어들게 되어 검출기의 성능이 좋은 것을 사용해야 한다. 이론값의 약 90% 정도의 분해능은 어렵지 않게 얻어지며, 격자에 있어서 만족되어야 할 필수요건은 격자 사이의 간격이 일정해야 된다는 점이다.

11.3 프레넬 회절

광원이나 관측면이 조리개에 가까이 있어서 파면의 곡률을 무시할 수 없는 경우에 일어나는 회절이 **프레넬 회절**이다.
이러한 회절에서는 평면파를 이용하여 설명할 수 없고 수학적으로는 프라운호퍼 회절보다도 복잡하지만
실험적으로는 오히려 간단하다.
이 절에서는 비교적 쉬운 수학을 사용해서 설명이 가능한 간단한 경우의 프레넬 회절에 대해서 취급하고자 한다.

프레넬 구역



그림에서와 같이 점광원(S)에 의해 조명된 평면 조리개를 생각해보자.

→ 이때 광원(S)과 관측점(P)을 연결하는 직선이 평면 조리개와 수직
→ 이 직선이 평면 조리개와 만나는 점을 “O”,
→ “O”로부터 조리개 안쪽 임의의 점(Q)까지의 거리를 “”이라 하자.

$PQS = r + r'$ 는 다음과 같이 “R”로 표현이 가능하다.

$$r + r' = (R^2 + h^2)^{1/2} + (R^2 + h'^2)^{1/2}$$
$$= h + h' + \frac{1}{2}R^2\left(\frac{1}{h} + \frac{1}{h'}\right) + \cdots \qquad (11.3.1)$$

조리개가 동심원(R=일정)들로 구분되어지는 영역으로 분리된다고 가정
동심원들 사이에 $(r + r')_0 = h + h'$

$$(r + r')_1 = h + h' + \frac{1}{2}R_1^2\left(\frac{1}{h} + \frac{1}{h'}\right) \qquad (11.3.2)$$

$$(r + r')_1 - (r + r')_0 = \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2}R_1^2\left(\frac{1}{h} + \frac{1}{h'}\right)$$ 의 관계가 만족.

$r + r'$들 사이의 차이가 사용한 빛의 파장의 절반, 즉 λ/2가 되도록 하는 반경 R로 구분되어진다고 할 때,
각각의 영역을 **프레넬 구역**이라 하며 식 (11.3.2)의 왼쪽 항에서의 아래 첨자들은
동심원 중심으로부터 프레넬 구역을 만족하는 원들의 차수를 말한다.