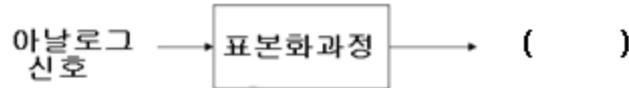


디지털통신 및 실습

양자화 (Quantization)

학습에 앞서

1. 표본화 과정은 시간 및 진폭 축에서 연속적인 아날로그신호를 시간 축에서 불연속 이고 진폭 축에서 연속인 신호를 만들어 내는 과정입니다. 이 신호를 무엇이라고 부를까요?



정답 : PAM (Pulse Amplitude Modulated) 신호

표본화된 신호는 시간축에서 불연속이고 진폭축에서 연속적인 신호이며 이 신호를 PAM신호라고 부른다.

2. 주어진 아날로그 신호의 최대주파수가 f_m [Hz]로 대역제한 되었다고 가정할 때, 표본화율을 최대 주파수의 두 배 이상으로 설정하면 수신 단에서 원 신호를 복원할 수 있음을 나타내어 주는 것이 표본화정리이다. 이 때 아날로그 신호의 최대 주파수의 두배와 동일한 표본화율을 무엇이라고 부를까요?

정답 : 나이퀴스트율

표본화율이 아날로그 신호의 최대주파수의 두배가 되는 경우를 나이퀴스트율이라 부르므로, 표본화율은 나이퀴스트율 이상으로 설정하여야 한다.

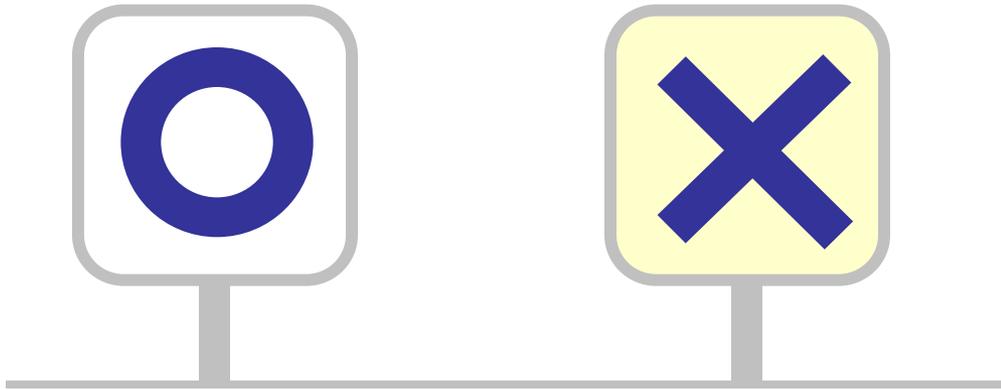
아날로그신호를 디지털신호로 변환하여 디지털신호처리가 가능하도록 만드는 **원천 부호화(Source Coding)**의 과정으로 전 회차에서는 표본화과정을 학습하였다. 본 회차에서는 주어진 아날로그 신호를 나이퀴스트 율 이상으로 표본화를 한 PAM 신호에 대하여 **양자화 과정**을 수행하는 원리를 학습하며 양자화과정을 테스트하기 위한 시뮬링크 블록을 구성한 후, 신호를 분석하고 고찰한다. 또한 양자화 잡음의 평균전력을 계산하여 본다.

1. 균일양자화
2. 불균일양자화

학습목표

- ❖ 균일양자화의 기능 및 원리를 이해한다.
- ❖ 양자화 과정에서 피할 수 없는 양자화 잡음의 평균전력을 계산하여 본다.
- ❖ 불균일 양자화의 필요성을 이해한다,
- ❖ 불균일양자화를 수행하는 두가지 방법을 이해한다,

1. 양자화를 수행하는 이유는 진폭을 불연속적으로 만들기 위해서 이다.



정답 : O

표본화는 시간축을 불연속으로 만드는 과정이며 양자화는 진폭을 불연속적으로 만드는 과정이다.

Lesson1. 균일양자화

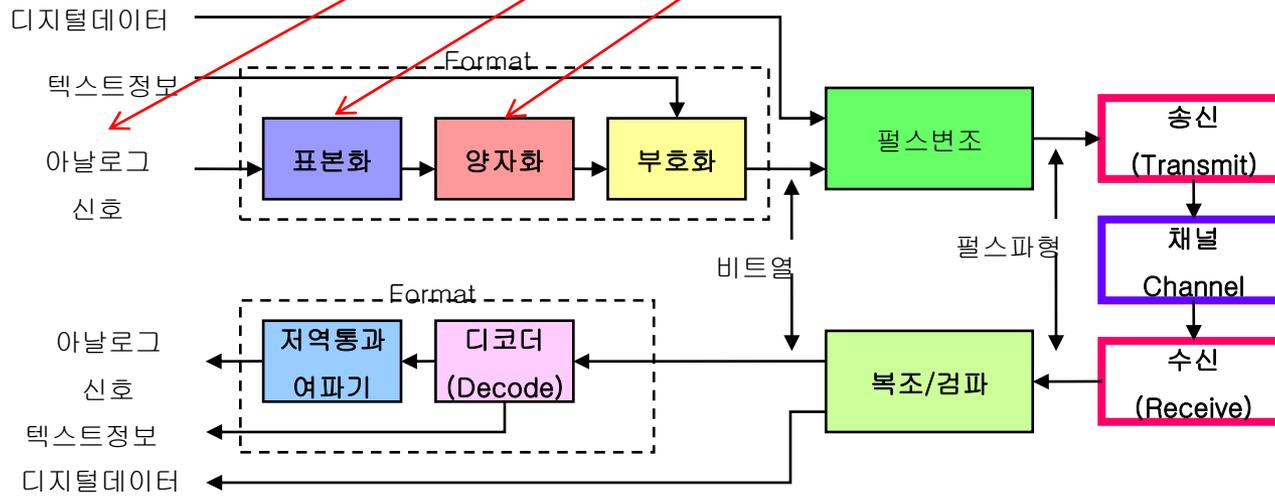
1. 양자화란 무엇인가?
2. 균일양자화
3. 균일양자화기
4. 양자화잡음
5. 양자화의 성능
6. 예제

시간축은 불연속이며 진폭축에서 는 연속인 신호

시간축 과 진폭축에서 불연속인 신호

1. 양자화란 무엇인가?

• 전송하고자 하는 신호가 아날로그 형태일 때 이를 디지털 방식으로 처리하여 전송하기 위해서는 표본화, 양자화, 부호화 과정을 거쳐 디지털신호로 변환



•양자화 (Quantization) :

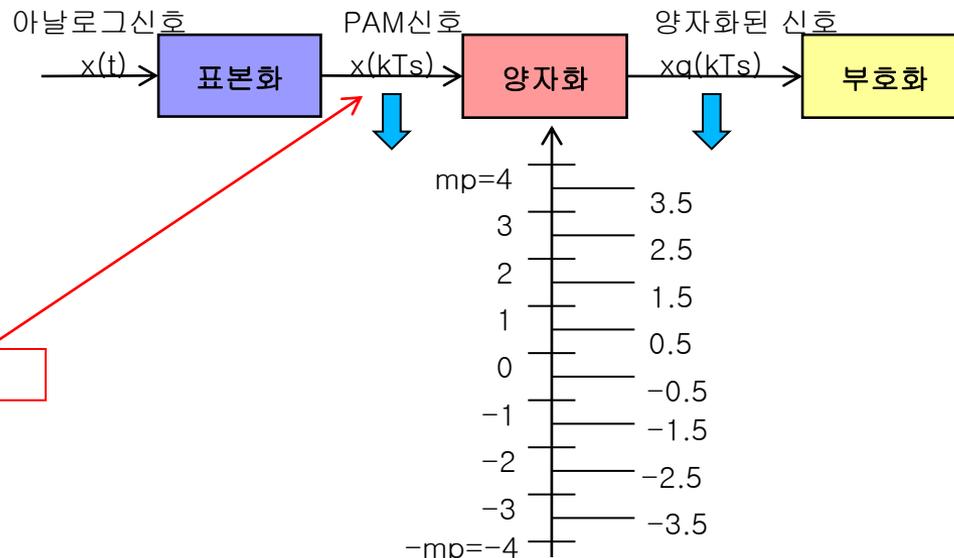
- 표본화된 연속적인 크기 값의 신호를 이산 크기 값을 갖는 신호로 변환
- 양자화를 거친 신호는 시간축과 진폭축에서 불연속적인 신호
- 결론적으로, 양자화란 신호의 크기를 미리 정해진 유한한 값 중의 한 값으로 대체시키는 과정

2. 균일양자화

- 양자화기에 입력되는 신호 $x(t)$ 의 범위가 $(-m_p, m_p)$ 라 하고 L 개의 균일한 간격으로 나누어 양자화
- 진폭 범위를 균일한 구간으로 나누어 양자화를 하는 방식
- 진폭의 범위를 L 개의 균일한 구간으로 나눌 경우 각 구간의 폭은 $\Delta v = 2m_p/L$
- 표본화된 값은 그 표본값이 속한 양자화 레벨 구간의 중앙 값으로 양자화
- 양자화된 값은 부호화기에서 이진 값으로 부호화되어 이진 펄스 형태로 전송
- 이때 레벨수 L 과 부호기에서 부호화된 비트 수 l 은 다음과 같은 관계

샘플당비트수 \longleftrightarrow $l = \log_2 L$ \longleftarrow 레벨수

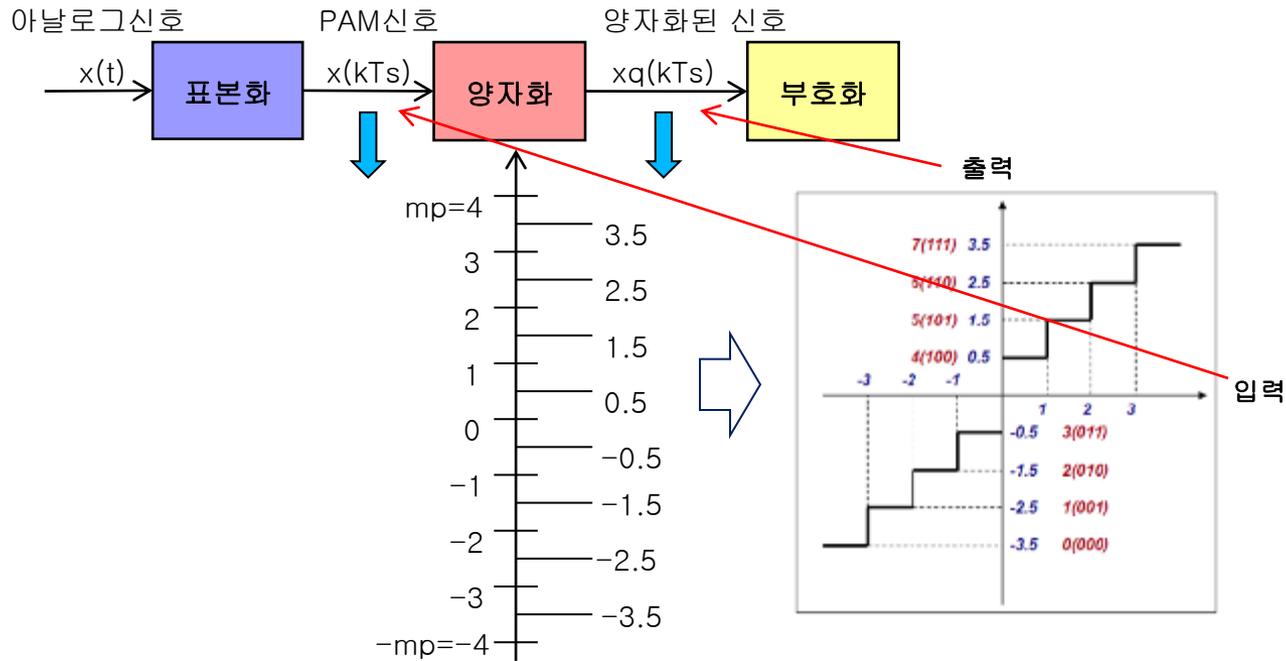
- $m_p=4$ 이고 $L=8$ 인 균일양자화



나이퀴스트율 이상으로 표본화된 신호

3. 균일양자화기

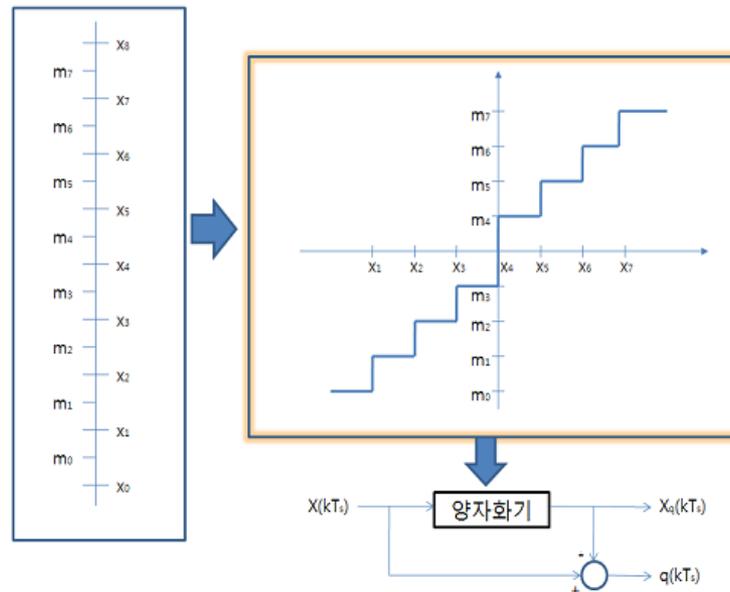
- 균일양자화기(Uniform Quantizer) : 양자화간격을 균일하게 나누어 양자화 기능을 수행하는 장치
- $m_p=4$ 이고 $L=8$ 인 3비트 균일양자화기



4. 양자화잡음

- 양자화잡음(Quantization Noise) : 양자화 과정에서는 원 신호의 값을 특정값으로 근사화하기 때문에 오차를 피할 수 없으며 표본점의 실제값 $x(kT_s)$ 와 이를 정해진 레벨로 양자화시킨 값 $x_q(kT_s)$ 의 차

$$q(kT_s) = x(kT_s) - x_q(kT_s)$$

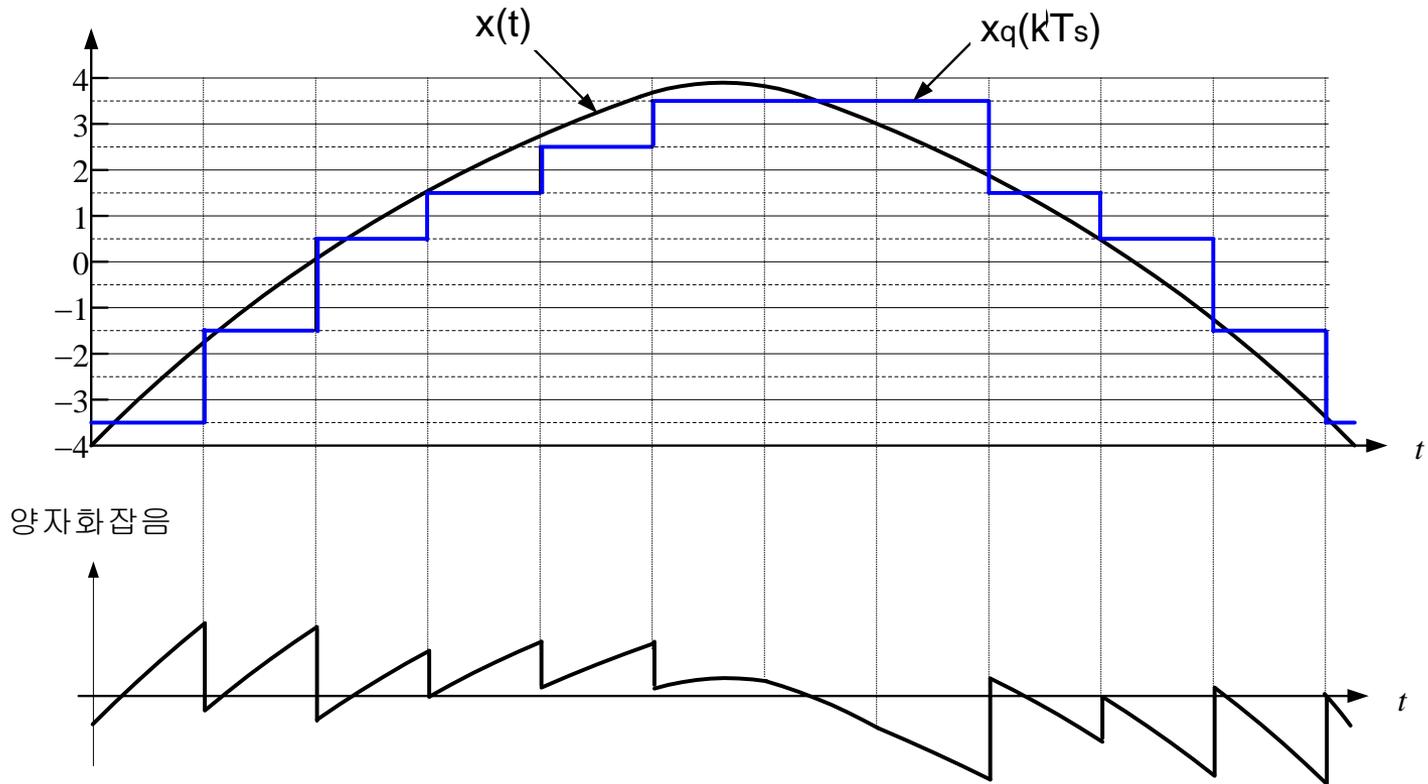


- 직관적으로 생각해봅시다. 어떻게 하면 양자화잡음을 줄일 수 있을까요?

양자화잡음을 줄이기 위해서는 양자화간격의 폭인 Δv 을 작게 하면 되는데 문제는 Δv 가 작아짐에 따라 레벨수가 많아지고 부호화 과정에서 더 많은 비트수를 발생

4. 양자화잡음

- $m_p=4$ 이고 $L=8$ 인 3비트 균일양자화기에서 양자화잡음



5. 양자화의 성능

- 양자화의 성능 : 신호의 평균전력과 양자화 잡음의 평균전력의 비로 다음과 같이 정의

$$\frac{S_0}{N_q} = \frac{\overline{x^2(t)}}{E[q^2]}$$

- 양자화기에 입력되는 신호 $x(t)$ 의 최대값을 m_p 라 하고 신호의 크기 범위 $(-m_p, m_p)$ 를 L 개의 균일한 간격으로 나눌 경우 각 구간의 폭은 $\Delta v = 2m_p/L$
- 표본화된 값은 표본값이 속한 양자화 레벨 구간의 중앙점에 근사화되므로 양자화잡음의 최대값은 $\pm\Delta v/2$ 이다. 결국, 양자화 잡음은 $(-\Delta v/2, \Delta v/2)$ 범위 내에 존재하며 이 범위 안에서 균일한 분포를 가지므로 양자화잡음의 평균전력

$$\overline{q^2} = \int_{-\Delta v/2}^{\Delta v/2} \left(\frac{1}{\Delta v}\right) q^2 dq = \frac{(\Delta v)^2}{12} = \frac{m_p^2}{3L^2} = N_q$$

- 양자화기에 입력되는 신호 $x(t)$ 의 평균전력

$$S_0 = \overline{x^2(t)}$$

- 신호의 평균전력과 양자화 잡음의 평균전력의 비

$$\frac{S_0}{N_q} = \frac{12 \cdot \overline{x^2(t)}}{(\Delta v)^2} = 3L^2 \left(\frac{\overline{x^2(t)}}{m_p^2} \right)$$

양자화간격이 적을수록 즉, 레벨수가 많아질수록 신호의 평균전력과 양자화잡음의 비는 증가. 다시말해 양자화잡음이 적어짐

6. 예제

다음의 오디오 신호 $x(t)$ 에 대하여 10비트 PCM을 사용하는 경우 신호의 평균전력과 양자화 잡음의 평균전력의 비를 구하시오.

$$x(t) = 3\cos 500t$$

- 원신호 $x(t)$ 의 평균전력

$$\overline{x^2(t)} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} 9 \cos^2 500t \cdot dt = \frac{9}{2} = 4.5 \text{ [W]}$$

- 샘플당 10비트로 부호화되므로 양자화레벨의 수는 2^{10} 이며 양자화레벨간격

$$\Delta v = \frac{6V}{2^{10}} = 5.86 \times 10^{-3}$$

- 신호의 평균전력과 양자화 잡음의 평균전력의 비

$$\frac{S_0}{N_0} = \frac{12 \cdot 4.5}{(5.86 \times 10^{-3})^2} = 1.57 \times 10^6$$

이며 dB로 표현하면 62dB이다.

아래의 신호 $x(t)$ 에 대하여 다음의 물음에 답하십시오.

$$x(t) = 8\cos 200\pi t$$

1) 이 신호를 나이퀴스트율로 표본화 한다고 할 때 나이퀴스트율을 구하십시오.

- 이 신호의 최대주파수는 100Hz이므로 이 최대주파수의 두 배에 해당되는 것이 나이퀴스트 표본화율에 해당. 즉

$$f_s = 2f_m = 2 \cdot 100 = 200 \text{ [samples/sec]}$$

2) 이 신호를 양자화할 때 균일양자화기와 불균일양자화기 중에서 어느 것을 사용하는 것이 왜 좋은지 설명하십시오.

- 이 신호의 +8V에서 -8V 사이에서 균일분포를 가지므로 균일양자화기를 사용하는 것이 좋다.

3) 표본당 6비트로 양자화한다고 하자. 양자화레벨 간격을 구하십시오.

- 샘플당 6비트로 부호화되므로 양자화레벨의 수는 $2^6 = 64$ 이며 양자화레벨간격은 다음과 같이 계산

$$\Delta v = \frac{16V}{2^6} = \frac{1}{4} = 0.25$$

4) 양자화잡음 전력을 구하시오.

- 양자화잡음전력 식에 값을 대입

$$\overline{q^2} = \frac{(\Delta v)^2}{12} = \frac{0.25^2}{12} = \frac{0.0625}{12}$$